JEE Main 2017

(Online Exam)

Paper 1

Question Paper (Mathematics)

[Actual Question Paper]

Source: https://jeemain.nic.in/webinfo/QuestionPapers2017.htm
Disclaimer: This content is not created or owned by Info Edge India (Ltd.)

MATHEMATICS

1. The function $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$ defined by $f(x) = x - 5\left[\frac{x}{5}\right]$, where **N** is the set of natural numbers and $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to x, is :

(1) one-one and onto.

(2) one-one but not onto.

(3) onto but not one-one.

(4) neither one-one nor onto.

2. The sum of all the real values of x satisfying the equation $2^{(x-1)(x^2+5x-50)}=1$ is :

(1) 16

(2) 14

(3) -4

(4) -5

3. The equation

$$\text{Im}\left(\frac{iz-2}{z-i}\right) + 1 = 0, z \in \mathbf{C}, z \neq i$$

represents a part of a circle having radius equal to :

(1) 2

(2) 1

(3) $\frac{3}{4}$

(4) $\frac{1}{2}$

गणित

1. फलन $f : \mathbf{N} \to \mathbf{N}$, $f(x) = x - 5\left[\frac{x}{5}\right]$ द्वारा परिभाषित है, जहाँ **N**, प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है तथा $[x]$, x से कम या उसके समान महत्तम पूर्णांक है, जो :

(1) एकैकी तथा आच्छादक है।

(2) एकैकी है परन्तु आच्छादक नहीं है।

(3) आच्छादक है परन्तु एकैकी नहीं है।

(4) न तो एकैकी है और न ही आच्छादक है।

2. समीकरण $2^{(x-1)(x^2+5x-50)}=1$ को संतुष्ट करने वाले x के सभी वास्तविक मानों का योग है :

(1) 16

(2) 14

(3) -4

(4) -5

3. समीकरण

$$\text{Im}\left(\frac{iz-2}{z-i}\right) + 1 = 0, z \in \mathbf{C}, z \neq i$$

उस वृत्त के एक भाग को निरूपित करती है, जिसकी त्रिज्या है :

(1) 2

(2) 1

(3) $\frac{3}{4}$

(4) $\frac{1}{2}$

4. For two 3×3 matrices A and B, let $A+B=2B'$ and $3A+2B=I_3$, where B' is the transpose of B and I_3 is 3×3 identity matrix. Then :

(1) $5A+10B=2I_3$

(2) $10A+5B=3I_3$

(3) $B+2A=I_3$

(4) $3A+6B=2I_3$

5. If $x=a$, $y=b$, $z=c$ is a solution of the system of linear equations

$$x+8y+7z=0$$
$$9x+2y+3z=0$$
$$x+y+z=0$$

such that the point (a, b, c) lies on the plane $x+2y+z=6$, then $2a+b+c$ equals :

(1) -1

(2) 0

(3) 1

(4) 2

6. The number of ways in which 5 boys and 3 girls can be seated on a round table if a particular boy B_1 and a particular girl G_1 never sit adjacent to each other, is :

(1) $5\times6!$

(2) $6\times6!$

(3) $7!$

(4) $5\times7!$

4. दो 3×3 आव्यूहों A तथा B के लिए माना $A+B=2B'$ तथा $3A+2B=I_3$ है, जहाँ B' आव्यूह B का परिवर्त है तथा I_3 एक 3×3 तत्समक आव्यूह है, तो :

(1) $5A+10B=2I_3$

(2) $10A+5B=3I_3$

(3) $B+2A=I_3$

(4) $3A+6B=2I_3$

5. यदि $x=a$, $y=b$, $z=c$ रैखिक समीकरण निकाय

$$x+8y+7z=0$$
$$9x+2y+3z=0$$
$$x+y+z=0$$

का एक ऐसा हल है कि बिंदु (a, b, c) समतल $x+2y+z=6$ पर स्थित है, तो $2a+b+c$ बराबर है :

(1) -1

(2) 0

(3) 1

(4) 2

6. 5 लड़कों तथा 3 लड़कियों को एक गोल मेज़ के चारों ओर इस प्रकार बिठाने, कि एक विशिष्ट लड़का B_1 तथा एक विशिष्ट लड़की G_1 कभी भी एक साथ न बैठ सकें, के तरीकों की संख्या है :

(1) $5\times6!$

(2) $6\times6!$

(3) $7!$

(4) $5\times7!$

7. The coefficient of x^{-5} in the binomial expansion of $\left(\frac{x+1}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{x-1}{x-x^{\frac{1}{2}}}\right)^{10}$, where $x \neq 0, 1$, is :

(1) 1

(2) 4

(3) -4

(4) -1

8. If three positive numbers a, b and c are in A.P. such that abc = 8, then the minimum possible value of b is :

(1) 2

(2) $4^{\frac{1}{3}}$

(3) $4^{\frac{2}{3}}$

(4) 4

9. Let

$$S_n = \frac{1}{1^3} + \frac{1+2}{1^3+2^3} + \frac{1+2+3}{1^3+2^3+3^3} + \dots\dots + \frac{1+2+\dots\dots+n}{1^3+2^3+\dots\dots+n^3}.$$ If $100\ S_n = n$, then n is equal to :

(1) 199

(2) 99

(3) 200

(4) 19

7. $\left(\frac{x+1}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{x-1}{x-x^{\frac{1}{2}}}\right)^{10}$, जहाँ $x \neq 0, 1$, के द्विपद विस्तार में x^{-5} का गुणांक है :

(1) 1

(2) 4

(3) -4

(4) -1

8. यदि तीन धनात्मक संख्याएँ a, b तथा c समांतर श्रेढी में हैं जिनके लिए abc = 8 है, तो b का न्यूनतम संभव मान है :

(1) 2

(2) $4^{\frac{1}{3}}$

(3) $4^{\frac{2}{3}}$

(4) 4

9. माना

$$S_n = \frac{1}{1^3} + \frac{1+2}{1^3+2^3} + \frac{1+2+3}{1^3+2^3+3^3} + \dots\dots + \frac{1+2+\dots\dots+n}{1^3+2^3+\dots\dots+n^3}.$$ यदि $100\ S_n = n$ है, तो n बराबर है :

(1) 199

(2) 99

(3) 200

(4) 19

10. The value of k for which the function

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{\tan 4x}{\tan 5x}}, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ k + \frac{2}{5}, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$, is :

(1) $\frac{17}{20}$

(2) $\frac{2}{5}$

(3) $\frac{3}{5}$

(4) $-\frac{2}{5}$

11. If $2x = y^{\frac{1}{5}} + y^{-\frac{1}{5}}$ and

$(x^2 - 1)\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda x\frac{dy}{dx} + ky = 0$, then $\lambda + k$ is equal to :

(1) -23

(2) -24

(3) 26

(4) -26

10. k का वह मान जिसके लिए फलन

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{\tan 4x}{\tan 5x}}, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ k + \frac{2}{5}, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

$x = \frac{\pi}{2}$ पर सतत् है, है :

(1) $\frac{17}{20}$

(2) $\frac{2}{5}$

(3) $\frac{3}{5}$

(4) $-\frac{2}{5}$

11. यदि $2x = y^{\frac{1}{5}} + y^{-\frac{1}{5}}$ तथा

$(x^2 - 1)\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda x\frac{dy}{dx} + ky = 0$ है, तो $\lambda + k$ बराबर है :

(1) -23

(2) -24

(3) 26

(4) -26

12. The function f defined by
$f(x)=x^3-3x^2+5x+7$, is :

(1) increasing in **R**.

(2) decreasing in **R**.

(3) decreasing in $(0, \infty)$ and increasing in $(-\infty, 0)$.

(4) increasing in $(0, \infty)$ and decreasing in $(-\infty, 0)$.

13. Let f be a polynomial function such that $f(3x)=f'(x)\cdot f''(x)$, for all $x\in\mathbf{R}$. Then :

(1) $f(2)+f'(2)=28$

(2) $f''(2)-f'(2)=0$

(3) $f''(2)-f(2)=4$

(4) $f(2)-f'(2)+f''(2)=10$

14. If $f\left(\frac{3x-4}{3x+4}\right)=x+2, x\neq-\frac{4}{3}$, and $\int f(x)\,dx = A\log|1-x|+Bx+C$, then the ordered pair (A, B) is equal to :
(where C is a constant of integration)

(1) $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(2) $\left(-\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(3) $\left(-\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

(4) $\left(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

12. $f(x)=x^3-3x^2+5x+7$ द्वारा परिभाषित फलन f :

(1) **R** में वर्धमान है।

(2) **R** में ह्रासमान है।

(3) $(0, \infty)$ में ह्रासमान तथा $(-\infty, 0)$ में वर्धमान है।

(4) $(0, \infty)$ में वर्धमान तथा $(-\infty, 0)$ में ह्रासमान है।

13. माना एक बहुपद फलन f ऐसा है कि सभी $x\in\mathbf{R}$ के लिए $f(3x)=f'(x)\cdot f''(x)$ है, तो :

(1) $f(2)+f'(2)=28$

(2) $f''(2)-f'(2)=0$

(3) $f''(2)-f(2)=4$

(4) $f(2)-f'(2)+f''(2)=10$

14. यदि $f\left(\frac{3x-4}{3x+4}\right)=x+2, x\neq-\frac{4}{3}$ तथा $\int f(x)\,dx = A\log|1-x|+Bx+C$ है, तो क्रमित युग्म (A, B) बराबर है :
(जहाँ C एक समाकलन अचर है)

(1) $\left(\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(2) $\left(-\frac{8}{3}, \frac{2}{3}\right)$

(3) $\left(-\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

(4) $\left(\frac{8}{3}, -\frac{2}{3}\right)$

15. If $\int_1^2 \frac{dx}{(x^2 - 2x + 4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{k}{k+5}$, then k is equal to :

(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) 4

16. If

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^a + 2^a + ... + n^a}{(n+1)^{a-1}[(na+1)+(na+2)+.....+(na+n)]} = \frac{1}{60}$$

for some positive real number a, then a is equal to :

(1) 7

(2) 8

(3) $\frac{15}{2}$

(4) $\frac{17}{2}$

15. यदि $\int_1^2 \frac{dx}{(x^2 - 2x + 4)^{\frac{3}{2}}} = \frac{k}{k+5}$ है, तो k बराबर है :

(1) 1

(2) 2

(3) 3

(4) 4

16. किसी धनात्मक वास्तविक संख्या a के लिए यदि

$$\lim_{n\to\infty} \frac{1^a + 2^a + ... + n^a}{(n+1)^{a-1}[(na+1)+(na+2)+.....+(na+n)]} = \frac{1}{60}$$

है, तो a बराबर है :

(1) 7

(2) 8

(3) $\frac{15}{2}$

(4) $\frac{17}{2}$

17. A tangent to the curve, $y = f(x)$ at $P(x, y)$ meets x-axis at A and y-axis at B. If AP : BP = 1 : 3 and $f(1) = 1$, then the curve also passes through the point :

(1) $\left(\frac{1}{3}, 24\right)$

(2) $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

(3) $\left(2, \frac{1}{8}\right)$

(4) $\left(3, \frac{1}{28}\right)$

18. A square, of each side 2, lies above the x-axis and has one vertex at the origin. If one of the sides passing through the origin makes an angle 30° with the positive direction of the x-axis, then the sum of the x-coordinates of the vertices of the square is :

(1) $2\sqrt{3} - 1$

(2) $2\sqrt{3} - 2$

(3) $\sqrt{3} - 2$

(4) $\sqrt{3} - 1$

17. वक्र $y = f(x)$ के बिंदु $P(x, y)$ पर स्पर्शरेखा x-अक्ष को A पर तथा y-अक्ष को B पर काटती है। यदि AP : BP = 1 : 3 तथा $f(1) = 1$ है, तो वक्र निम्न बिंदु से भी हो कर जाता है :

(1) $\left(\frac{1}{3}, 24\right)$

(2) $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$

(3) $\left(2, \frac{1}{8}\right)$

(4) $\left(3, \frac{1}{28}\right)$

18. एक वर्ग, जिसकी प्रत्येक भुजा 2 है, x-अक्ष से ऊपर स्थित है तथा जिसका एक शीर्ष मूल बिंदु पर है। यदि इसकी मूल बिंदु से होकर जाती हुई एक भुजा, x-अक्ष की धनात्मक दिशा से 30° का कोण बनाती है, तो वर्ग के शीर्ष बिंदुओं के x-निर्देशांकों का योग है :

(1) $2\sqrt{3} - 1$

(2) $2\sqrt{3} - 2$

(3) $\sqrt{3} - 2$

(4) $\sqrt{3} - 1$

19. A line drawn through the point P(4, 7) cuts the circle $x^2+y^2=9$ at the points A and B. Then PA·PB is equal to :

(1) 53

(2) 56

(3) 74

(4) 65

20. The eccentricity of an ellipse having centre at the origin, axes along the co-ordinate axes and passing through the points (4, −1) and (−2, 2) is :

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

21. If $y=mx+c$ is the normal at a point on the parabola $y^2=8x$ whose focal distance is 8 units, then |c| is equal to :

(1) $2\sqrt{3}$

(2) $8\sqrt{3}$

(3) $10\sqrt{3}$

(4) $16\sqrt{3}$

19. यदि बिंदु P(4, 7) से खींची गई एक रेखा, वृत्त $x^2+y^2=9$ को बिंदुओं A तथा B पर काटती है, तो PA·PB बराबर है :

(1) 53

(2) 56

(3) 74

(4) 65

20. एक दीर्घवृत्त जिसका केन्द्र मूल बिंदु है, अक्ष निर्देशांक अक्ष हैं तथा जो बिंदुओं (4, −1) तथा (−2, 2) से होकर जाता है, की उत्केंद्रता (eccentricity) है :

(1) $\frac{1}{2}$

(2) $\frac{2}{\sqrt{5}}$

(3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

21. यदि $y=mx+c$ परवलय $y^2=8x$ के उस बिंदु पर अभिलंब है जिसकी नाभि से दूरी 8 इकाई है, तो |c| बराबर है :

(1) $2\sqrt{3}$

(2) $8\sqrt{3}$

(3) $10\sqrt{3}$

(4) $16\sqrt{3}$

22. If a variable plane, at a distance of 3 units from the origin, intersects the coordinate axes at A, B and C, then the locus of the centroid of ΔABC is :

(1) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=1$

(2) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=3$

(3) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=\frac{1}{9}$

(4) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=9$

23. If the line, $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+\lambda}{-2}$ lies in the plane, $2x-4y+3z=2$, then the shortest distance between this line and the line, $\frac{x-1}{12}=\frac{y}{9}=\frac{z}{4}$ is :

(1) 2

(2) 1

(3) 0

(4) 3

22. एक चर समतल, जिसकी मूल बिंदु से दूरी 3 इकाई है, निर्देशांक अक्षों को A, B तथा C पर काटता है, तो ΔABC के केंद्रक का बिंदुपथ है :

(1) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=1$

(2) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=3$

(3) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=\frac{1}{9}$

(4) $\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}=9$

23. यदि रेखा, $\frac{x-3}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+\lambda}{-2}$, समतल $2x-4y+3z=2$ में स्थित है, तो इस रेखा तथा रेखा $\frac{x-1}{12}=\frac{y}{9}=\frac{z}{4}$ के बीच की न्यूनतम दूरी है :

(1) 2

(2) 1

(3) 0

(4) 3

24. If the vector $\vec{b} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$ is written as the sum of a vector $\vec{b_1}$, parallel to $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ and a vector $\vec{b_2}$, perpendicular to $\vec{a}$, then $\vec{b_1} \times \vec{b_2}$ is equal to :

(1) $-3\hat{i} + 3\hat{j} - 9\hat{k}$

(2) $6\hat{i} - 6\hat{j} + \frac{9}{2}\hat{k}$

(3) $-6\hat{i} + 6\hat{j} - \frac{9}{2}\hat{k}$

(4) $3\hat{i} - 3\hat{j} + 9\hat{k}$

25. From a group of 10 men and 5 women, four member committees are to be formed each of which must contain at least one woman. Then the probability for these committees to have more women than men, is :

(1) $\frac{21}{220}$

(2) $\frac{3}{11}$

(3) $\frac{1}{11}$

(4) $\frac{2}{23}$

24. यदि सदिश $\vec{b} = 3\hat{j} + 4\hat{k}$ को सदिश $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j}$ के समांतर सदिश $\vec{b_1}$ तथा सदिश $\vec{a}$ के लंबवत सदिश $\vec{b_2}$ के योग के रूप में लिखा जाए, तो $\vec{b_1} \times \vec{b_2}$ बराबर है :

(1) $-3\hat{i} + 3\hat{j} - 9\hat{k}$

(2) $6\hat{i} - 6\hat{j} + \frac{9}{2}\hat{k}$

(3) $-6\hat{i} + 6\hat{j} - \frac{9}{2}\hat{k}$

(4) $3\hat{i} - 3\hat{j} + 9\hat{k}$

25. 10 पुरुष तथा 5 महिलाओं के एक समूह में से चार सदस्यों की ऐसी कमेटियां बनानी हैं जिनमें प्रत्येक में कम से कम एक महिला अवश्य हो। इन कमेटियों में महिलाओं की संख्या पुरुषों की संख्या से अधिक होने की प्रायिकता है :

(1) $\frac{21}{220}$

(2) $\frac{3}{11}$

(3) $\frac{1}{11}$

(4) $\frac{2}{23}$

26. Let E and F be two independent events. The probability that both E and F happen is $\frac{1}{12}$ and the probability that neither E nor F happens is $\frac{1}{2}$, then a value of $\frac{P(E)}{P(F)}$ is :

(1) $\frac{4}{3}$

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{1}{3}$

(4) $\frac{5}{12}$

27. The sum of 100 observations and the sum of their squares are 400 and 2475, respectively. Later on, three observations, 3, 4 and 5, were found to be incorrect. If the incorrect observations are omitted, then the variance of the remaining observations is :

(1) 8.25

(2) 8.50

(3) 8.00

(4) 9.00

26. माना E तथा F दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं। E तथा F दोनों के घटने की प्रायिकता $\frac{1}{12}$ है तथा न E और न ही F के घटने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ है, तो $\frac{P(E)}{P(F)}$ का एक मान है :

(1) $\frac{4}{3}$

(2) $\frac{3}{2}$

(3) $\frac{1}{3}$

(4) $\frac{5}{12}$

27. 100 प्रेक्षणों का योग तथा उनके वर्गों का योग क्रमश: 400 तथा 2475 है। बाद में तीन प्रेक्षण 3, 4 तथा 5 गलत पाए गए। यदि गलत प्रेक्षणों को हटा दिया जाए तो शेष प्रेक्षणों का प्रसरण है :

(1) 8.25

(2) 8.50

(3) 8.00

(4) 9.00

28. A value of x satisfying the equation $\sin[\cot^{-1}(1+x)] = \cos[\tan^{-1}x]$, is :

(1) $-\frac{1}{2}$

(2) -1

(3) 0

(4) $\frac{1}{2}$

29. The two adjacent sides of a cyclic quadrilateral are 2 and 5 and the angle between them is 60°. If the area of the quadrilateral is $4\sqrt{3}$, then the perimeter of the quadrilateral is :

(1) 12.5

(2) 13.2

(3) 12

(4) 13

28. समीकरण $\sin[\cot^{-1}(1+x)] = \cos[\tan^{-1}x]$ को संतुष्ट करने वाला x का एक मान है :

(1) $-\frac{1}{2}$

(2) -1

(3) 0

(4) $\frac{1}{2}$

29. एक चक्रीय-चतुर्भुज की दो संलग्न भुजाएँ 2 तथा 5 हैं तथा उनके बीच का कोण 60° है। यदि इस चतुर्भुज का क्षेत्रफल $4\sqrt{3}$ है, तो इसका परिमाप है :

(1) 12.5

(2) 13.2

(3) 12

(4) 13

30. Contrapositive of the statement

'If two numbers are not equal, then their squares are not equal', is :

(1) If the squares of two numbers are equal, then the numbers are equal.

(2) If the squares of two numbers are equal, then the numbers are not equal.

(3) If the squares of two numbers are not equal, then the numbers are not equal.

(4) If the squares of two numbers are not equal, then the numbers are equal.

- o 0 o -

30. कथन

'यदि दो संख्याएँ समान नहीं हैं, तो उनके वर्ग समान नहीं हैं'

का प्रतिधनात्मक (Contrapositive) है :

(1) यदि दो संख्याओं के वर्ग समान हैं, तो संख्याएँ समान हैं।

(2) यदि दो संख्याओं के वर्ग समान हैं, तो संख्याएँ समान नहीं हैं।

(3) यदि दो संख्याओं के वर्ग समान नहीं हैं, तो संख्याएँ समान नहीं है।

(4) यदि दो संख्याओं के वर्ग समान नहीं हैं, तो संख्याएँ समान है।

- o 0 o -