

SY-527

Reg. No. :

Name :



SECOND YEAR HIGHER SECONDARY EXAMINATION, MARCH – 2024

Part – III

Time : 2 Hours

MATHEMATICS (SCIENCE) Cool-off time : 15 Minutes

Maximum : 60 scores

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool-off time' of 15 minutes in addition to the writing time.
- Use the 'Cool-off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- Read the instructions carefully.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.
- Electronic devices except non-programmable calculators are not allowed in the Examination Hall.

വിദ്യാർത്ഥികൾക്കുള്ള പൊതുനിർദ്ദേശങ്ങൾ :

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ഉണ്ടായിരിക്കും.
- 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം' ചോദ്യങ്ങൾ പരിചയപ്പെടാനും ഉത്തരങ്ങൾ ആസൂത്രണം ചെയ്യാനും ഉപയോഗിക്കുക.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- നിർദ്ദേശങ്ങൾ മുഴുവനും ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തരപേപ്പറിൽ തന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- പ്രോഗ്രാമുകൾ ചെയ്യാനാകാത്ത കാൽക്കുലേറ്ററുകൾ ഒഴികെയുള്ള ഒരു ഇലക്ട്രോണിക് ഉപകരണവും പരീക്ഷാഹാളിൽ ഉപയോഗിക്കുവാൻ പാടില്ല.

Answer any 6 questions from 1 to 8. Each carries 3 scores.

(6 × 3 = 18)

1. Let R be a relation on a set $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ defined as $R = \{(x, y) : y = 2x - 1\}$.

(i) Write R in roster form and find its domain and range. **(2)**

(ii) Is R is an equivalence relation ? Justify. **(1)**

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ show that

$$A^2 - 5A + 7I = O$$

(Where I is the identity matrix)

3. (i) Check the continuity of the function $f(x) = 2x + 3$ at $x = 1$. **(1)**

(ii) Determine the value of k so that the function **(2)**

$$f(x) = \begin{cases} kx + 1 & \text{if } x \leq 5 \\ 3x - 5 & \text{if } x > 5 \end{cases}$$

is continuous at $x = 5$.

4. (i) Find the principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ **(1)**

(ii) Find the value of $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ **(2)**

5. (i) Which of the following function is increasing in its domain :

(A) $\sin x$

(B) $\cos x$

(C) $-2x$

(D) $\log x$ **(1)**

1 മുതൽ 8 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.
3 സ്കോർ വീതം. (6 × 3 = 18)

1. R എന്ന ബന്ധം $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ൽ $R = \{(x, y) : y = 2x - 1\}$ എന്ന് നിർവ്വചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.
- (i) R നെ റോസറ്റർ ഫോമിൽ എഴുതുക. ഇതിന്റെ ഡൊമെയിനും റേഞ്ചും എഴുതുക. (2)
- (ii) R ഒരു ഇക്വിലൻസ് റിലേഷൻ ആണോ ? കാരണം വ്യക്തമാക്കുക. (1)

2. $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ആയാൽ
- $A^2 - 5A + 7I = O$ എന്ന് തെളിയിക്കുക.
- (I ഐഡൻറിറ്റി മാട്രിക്സ് ആണ്)

3. (i) $f(x) = 2x + 3$ എന്ന ഫങ്ഷന്റെ $x = 1$ ലെ കണ്ടിന്യൂറ്റി പരിശോധിക്കുക. (1)
- (ii) $f(x) = \begin{cases} kx + 1 & , \quad x \leq 5 \\ 3x - 5 & , \quad x > 5 \end{cases}$ എന്ന ഫങ്ഷൻ $x = 5$ ൽ കണ്ടിന്യൂസ് ആയാൽ k യുടെ വില കാണുക. (2)

4. (i) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ന്റെ പ്രിൻസിപ്പൽ വാല്യു _____ ആകുന്നു. (1)
- (ii) $\tan^{-1}\left[2\cos\left(2\sin^{-1}\frac{1}{2}\right)\right]$ ന്റെ വില കണ്ടെത്തുക. (2)

5. (i) താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്നവയിൽ ഏത് ഫംഗ്ഷൻ ആണ് അതിന്റെ ഡൊമെയിനിൽ ഇൻക്രീസിംഗ് ആയിട്ടുള്ളത്:
- (A) $\sin x$
- (B) $\cos x$
- (C) $-2x$
- (D) $\log x$ (1)

(ii) Find the intervals in which the function f given by $f(x) = x^2 - 4x + 6$ is

(a) increasing (b) decreasing.

(2)

6. (i) If θ is the angle between two non zero vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ and $|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}|$ then

$\theta =$ _____.

(1)

(ii) Find the projection of the vector $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}$ on the vector $\vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$.

(2)

7. Let A and B are independent events with $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, find

(i) $P(A \cap B)$

(ii) $P(A \cup B)$

(iii) $P(A/B)$

8. Evaluate $\int_{-1}^1 5x^4 \sqrt{x^5 + 1} \, dx$.

Answer any 6 questions from 9 to 16. Each carries 4 scores.

(6 × 4 = 24)

9. (i) What is the minimum number of ordered pairs to form a reflexive relation on a set of 4 elements ?

(1)

(ii) Let $A = \mathbb{R} - \{3\}$, $B = \mathbb{R} - \{1\}$

Consider the function $f : A \rightarrow B$ defined by $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$.

Check whether f is one-one and onto.

(3)

- (ii) $f(x) = x^2 - 4x + 6$ എന്ന ഫംഗ്ഷൻ (a) ഇൻക്രീസിംഗ് (b) ഡിക്രീസിംഗ് ആകുന്ന ഇൻ്റർവൽ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

6. (i) പൂജ്യമല്ലാത്ത $\vec{a}, \vec{b}$ എന്നീ വെക്ടറുകൾക്ക് ഇടയിലുള്ള കോൺ θ ആണ്.

$$|\vec{a} \cdot \vec{b}| = |\vec{a} \times \vec{b}| \text{ ആണെങ്കിൽ } \theta = \text{_____} \text{ ആയിരിക്കും.} \quad (1)$$

- (ii) $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j}, \vec{b} = \hat{i} + \hat{j}$. ആയാൽ $\vec{b}$ യിൽ $\vec{a}$ യുടെ പ്രൊജക്ഷൻ കാണുക. (2)

7. A, B എന്നിവ ഇൻഡിപെൻഡന്റ് ഇവന്റുകൾ ആണ്.

$$P(A) = 0.3, P(B) = 0.4 \text{ ആയാൽ}$$

(i) $P(A \cap B)$

(ii) $P(A \cup B)$

(iii) $P(A/B)$

ഇവ കണ്ടുപിടിക്കുക.

8. $\int_{-1}^1 5x^4 \sqrt{x^5 + 1} \, dx$ ന്റെ വില കണ്ടെത്തുക.

9 മുതൽ 16 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 6 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

4 സ്കോർ വീതം.

$$(6 \times 4 = 24)$$

9. (i) 4 അംഗങ്ങളുള്ള ഒരു സെറ്റ് കൊണ്ട് ഉണ്ടാക്കാവുന്ന റിഫ്ലെക്സീവ് റിലേഷനിലുള്ള ക്രമജോഡികളുടെ ഏറ്റവും കുറഞ്ഞ എണ്ണം എത്ര ആയിരിക്കും? (1)

(ii) $A = \mathbb{R} - \{3\}, B = \mathbb{R} - \{1\}$

$$f: A \rightarrow B \text{ എന്നത് } f(x) = \frac{x-2}{x-3} \text{ എന്ന് നിർവചിക്കപ്പെട്ടിരിക്കുന്നു.}$$

f വൺ-വൺ ഉം ഓൺടുവുമാണോ എന്ന് പരിശോധിക്കുക. (3)

10. (i) If A is a skew symmetric matrix then $A' = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(ii) Express the matrix $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and skew symmetric matrix. (3)

11. A wire of length 28 m is cut into two pieces, one of the pieces is to be made into a square and other into a circle. What should be the length of the two pieces so that the combined area of square and circle is minimum ?

12. (i) Write the order and degree of the differential equation

$$xy \frac{d^2y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \sin \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0. \quad (1)$$

(ii) Find the integrating factor of the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2. \quad (2)$$

(iii) Solve the differential equation

$$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2. \quad (1)$$

13. If $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$

(i) Find $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$. (1)

(ii) Find a unit vector perpendicular to both $\vec{a} + \vec{b}$ and $\vec{a} - \vec{b}$. (3)

14. Find the shortest distance between the lines $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k}).$$

10. (i) A ഒരു സ്ക്യസിമ്മട്രിക് മാട്രിക്സ് ആയാൽ $A' = \underline{\hspace{2cm}}$. (1)

(ii) $A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -4 \\ -1 & 3 & 4 \\ 1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ എന്ന മാട്രിക്സിനെ സിമ്മട്രിക് ഉം സ്ക്യ സിമ്മട്രിക്കും മാട്രിക്സിന്റെ തുക ആയി എഴുതുക. (3)

11. 28 m നീളം ഉള്ള ഒരു വയർ രണ്ടായി മുറിക്കുന്നു. ഒരു ഭാഗം കൊണ്ട് ഒരു സമചതുരവും അടുത്ത ഭാഗം കൊണ്ട് ഒരു വൃത്തവും നിർമ്മിക്കുന്നു. സമചതുരത്തിന്റെയും വൃത്തത്തിന്റെയും കൂടിച്ചേർന്ന പരപ്പളവ് മിനിമം ആയാൽ ഓരോ ഭാഗത്തിന്റെയും നീളം കാണുക.

12. (i) $xy \frac{d^2y}{dx^2} + x \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 - \sin \left(\frac{dy}{dx} \right) = 0$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഓർഡറും ഡിഗ്രിയും കാണുക. (1)

(ii) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ ഇന്റഗ്രേറ്റിംഗ് ഫാക്ടർ കാണുക. (2)

(iii) $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2$ എന്ന ഡിഫറൻഷ്യൽ സമവാക്യത്തിന്റെ പരിഹാരം കാണുക. (1)

13. $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ആണെങ്കിൽ

(i) $\vec{a} + \vec{b}$ യും $\vec{a} - \vec{b}$ യും കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

(ii) $\vec{a} + \vec{b}$ ൽ $\vec{a} - \vec{b}$ ൽ ലംബം ആയിട്ടുള്ള യൂണിറ്റ് വെക്ടർ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

14. $\vec{r} = \hat{i} + \hat{j} + \lambda (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$, $\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k} + \mu (3\hat{i} - 5\hat{j} + 2\hat{k})$ എന്നീ വരകൾ തമ്മിലുള്ള കുറഞ്ഞ ദൂരം കണ്ടുപിടിക്കുക.

15. In a factory which manufactures bolts, machines A, B and C manufacture respectively 25%, 35% and 45% of the bolt. Of their output 5%, 4% and 2% are respectively defective bolts. A bolt is drawn at random from the product and is found to be defective. What is the probability that it is manufactured by machine B ?
16. Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ using integration.

Answer any 3 questions from 17 to 20. Each carries 6 scores.

(3 × 6 = 18)

17. Solve the following system of equations by matrix method :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

18. (i) $\sin x + \cos y = xy$ find $\frac{dy}{dx}$. (2)

- (ii) $x = a \cos^3 t$; $y = a \sin^3 t$ find $\frac{dy}{dx}$. (2)

- (iii) If $y = (\sin^{-1} x)^2$ then show that $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 2$. (2)

19. (i) Find $\int \frac{x-1}{(x-2)(x-3)} dx$. (3)

- (ii) Prove that $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$. (3)

15. ബോൾട്ടുകൾ നിർമ്മിക്കുന്ന ഒരു ഫാക്ടറിയിൽ യന്ത്രങ്ങൾ A, B, C എന്നിവ യഥാക്രമം 25%, 35%, 45% ബോൾട്ടുകൾ നിർമ്മിക്കുന്നു. അവയിൽ 5%, 4%, 2% യഥാക്രമം ഉപയോഗ്യ ശൂന്യമായ ബോൾട്ടുകൾ ആണ്. ഉൽപ്പന്നത്തിൽ നിന്നും ക്രമരഹിതമായി ഒരു ബോൾട്ട് എടുക്കുകയും അത് ഉപയോഗ ശൂന്യമായ ബോൾട്ട് ആവുകയും ചെയ്യുന്നു എങ്കിൽ മെഷീൻ B ഉപയോഗിച്ച് ഈ ബോൾട്ട് നിർമ്മിക്കാനുള്ള സാധ്യത എന്താണ്?

16. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ എന്ന എലിപ്സിന്റെ പരപ്പളവ് കണ്ടുപിടിക്കുക.

17 മുതൽ 20 വരെ ചോദ്യങ്ങളിൽ ഏതെങ്കിലും 3 എണ്ണത്തിന് ഉത്തരമെഴുതുക.

6 സ്കോർ വീതം.

(3 × 6 = 18)

17. മാട്രിക്സ് രീതി ഉപയോഗിച്ച് താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഒരു കുട്ടം സമവാക്യങ്ങളുടെ പരിഹാരം കാണുക :

$$2x - 3y + 5z = 11$$

$$3x + 2y - 4z = -5$$

$$x + y - 2z = -3$$

18. (i) $\sin x + \cos y = xy$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. (2)

- (ii) $x = a \cos^3 t$; $y = a \sin^3 t$ ആയാൽ $\frac{dy}{dx}$ കാണുക. (2)

- (iii) $y = (\sin^{-1} x)^2$ ആയാൽ $(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} = 2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

19. (i) $\int \frac{x-1}{(x-2)(x-3)} dx$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (3)

- (ii) $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \log(1 + \tan x) dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ എന്ന് തെളിയിക്കുക. (3)

20. Solve the following linear programming problem graphically :

$$\text{Maximise } Z = 60x + 15y$$

Subject to the constraints

$$x + y \leq 50$$

$$3x + y \leq 90$$

$$x \geq 0, y \geq 0$$

20. ഗ്രാഫ് വരച്ച് ചുവടെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ലീനിയർ പ്രോഗ്രാമിങ് പ്രോബ്ബത്തിന് പരിഹാരം കണ്ടുപിടിക്കുക :

$$x + y \leq 50, \quad 3x + y \leq 90, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0$$

എന്നീ നിബന്ധനകൾക്ക് വിധേയമായി

$Z = 60x + 15y$ യുടെ ഏറ്റവും കുടിയ വിലകാണുക.
