

MATHEMATICS

(New Syllabus)

2025

Total Time : 3 Hours 15 minutes]

[Total Marks : 80

- ★ পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। বর্ণাশুদ্ধি, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপস্থিত প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে।
- ★ *Special credit will be given for answers which are brief and to the point. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting. Figures in the margin indicate full marks for the questions.*

নির্দেশাবলি :

- এই প্রশ্নপুস্তিকাটির পৃষ্ঠা সংখ্যা 32.
- এই প্রশ্নপুস্তিকাটি দ্বিভাষিক — বাংলা এবং ইংরাজী। যদি কোনো ক্ষেত্রে সন্দেহ বা বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়, সেক্ষেত্রে ইংরাজী ভাষাই চূড়ান্ত বলে বিবেচিত হবে।
- প্রদত্ত নির্দেশ অনুসারে প্রশ্নের উত্তর দাও। মূল উত্তরপত্রেই কেবল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে, অন্যত্র নয়।
- প্রয়োজন অনুযায়ী মূল উত্তরপত্রে রাফ / খসড়া কার্য করা যাবে এবং শেষে কোনাকুনি ভাবে কেটে দেবে।

ভাষান্তর/Versions	পৃষ্ঠা থেকে/From Page	পৃষ্ঠা পর্যন্ত /To Page
বাংলা/Bengali	3	16
ইংরাজী/English	17	30

- এই প্রশ্নপুস্তিকার শেষ পৃষ্ঠায় প্রদত্ত ইংরাজী নির্দেশাবলি পড়ো।
- **READ THE INSTRUCTIONS IN ENGLISH AT THE LAST PAGE OF THIS QUESTION BOOKLET.**

এই প্রশ্নপুস্তিকাটি রিভার্স জ্যাকেট দ্বারা বন্ধ করা আছে। পরীক্ষার্থীকে প্রশ্নপুস্তিকাটি খোলার জন্য নির্দেশিত দিকেই কাটতে হবে।

This Question Booklet is sealed by Reverse Jacket. The candidate has to cut the jacket to open the booklet shown on the opening side of the Question Booklet.



NS-MATH

বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলির (MCQ) উত্তর, উত্তরপত্রে প্রদত্ত নির্দিষ্ট ছাপানো TABLE-এ লিখতে হবে। এই প্রশ্ন পুস্তিকায় সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি (SAQ) নেই। তাই উত্তরপত্রে সংক্ষিপ্ত উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলির (SAQ) উত্তর দেওয়ার স্থানে পরীক্ষার্থীরা যেন কিছু না লেখে।

(বহুবিকল্পভিত্তিক প্রশ্নাবলি)

1. বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে থেকে সঠিক উত্তরটি বেছে নিয়ে লেখো : $1 \times 10 = 10$

(i) যদি $a * b = a^2 + b^2 \forall a, b \in \mathbb{N}$ হয় তবে $(4 * 5) * 3$ -এর মান হবে

(A) 50

(B) 60

(C) 1230

(D) 1690

(ii) যদি $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \frac{4\pi}{5}$ হয় তবে $\cot^{-1} x + \cot^{-1} y$ -এর মান হবে

(A) π

(B) $\frac{3\pi}{5}$

(C) $\frac{2\pi}{5}$

(D) $\frac{\pi}{5}$

(iii) $\begin{pmatrix} 4 & -k \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটির কোনো বিপরীত ম্যাট্রিক্স না থাকলে k -এর মান

(A) 6

(B) -6

(C) 12

(D) -12

(iv) যদি $G(x) = -\sqrt{25-x^2}$ হয় তখন $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x) - G(1)}{x-1}$ -এর মান হবে

(A) $\frac{1}{24}$

(B) $\frac{1}{5}$

(C) $-\sqrt{24}$

(D) $\frac{1}{\sqrt{24}}$

(v) $\int_0^1 \frac{d}{dx} \left[\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right] dx$ -এর মান হবে

(A) 0

(B) π

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{4}$



(vi) $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$ অবকল সমীকরণটির সাধারণ সমাধান হবে

(A) $e^x + e^y = c$ (B) $e^x + e^{-y} = c$

(C) $e^{-x} + e^y = c$ (D) $e^{-x} + e^{-y} = c$

(vii) যদি $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$ এবং $|\vec{a} \times \vec{b}| = 12$ হয় তবে \vec{a} এবং \vec{b} ভেক্টরের অন্তর্ভুক্ত কোণ হবে

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $\frac{\pi}{2}$

(viii) যে বিন্দুতে সরলরেখা $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{2}$

xy -সমতলকে ছেদ করে তার স্থানাঙ্ক হলো

(A) $(0, -5, 0)$ (B) $(-4, 5, 0)$

(C) $(-4, 0, 0)$ (D) $(4, 5, 0)$



(ix) দুটি ঘটনা A ও B -এর সম্ভাবনা যথাক্রমে 0.25 এবং 0.50 এবং A ও B ঘটনাদুটি একসঙ্গে ঘটার সম্ভাবনা 0.14 , তখন A ও B উভয়েই না হওয়ার সম্ভাবনা হবে

- (A) 0.39 (B) 0.25
 (C) 0.11 (D) 0.30

(x) X যদি χ^2 চল হলে $\text{var}(5X + 3)$ -এর মান হবে

- (A) $5 \text{var}(X)$ (B) $25 \text{var}(X)$
 (C) $5 \text{var}(X) + 3$ (D) $\text{var}(X)$

(দীর্ঘ উত্তরভিত্তিক প্রশ্নাবলি)

2. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : $2 \times 1 = 2$

- (i) মনে করো, \mathbb{R} সকল বাস্তব সংখ্যার সেট এবং সকল $x \in \mathbb{R}$ -এর জন্য $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ চিত্রণ $f(x) = ax + 3$ দ্বারা সংজ্ঞায়িত। যদি $f \circ f = I_{\mathbb{R}}$ হয়, এখানে $I_{\mathbb{R}}$ অভেদ (identity) অপেক্ষক, তবে a -এর মান নির্ণয় করো।



(ii) যদি $\sin^{-1} x = \tan^{-1} y$ হয় তবে দেখাও যে, $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 1$.

(b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 1 = 2

(i) 1-এর ঘনমূলগুলি 1, ω এবং ω^2 হলে k -এর যে মানের জন্য

$\begin{bmatrix} 1 & \omega & k \\ \omega & k & 1 \\ k & 1 & \omega \end{bmatrix}$ ম্যাট্রিক্সটি সিস্কুলার হবে, তা নির্ণয় করো।

(ii) প্রমাণ করো $\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ b & x+c & a \\ c & a & x+b \end{vmatrix} = 0$ সমীকরণটির একটি বীজ

হবে $-(a+b+c)$ ।

(c) যে-কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

2 × 3 = 6

(i) $f(x) = \frac{x^2}{|x|}; x \neq 0$

$= 0, x = 0$

$x = 0$ বিন্দুতে $f(x)$ অপেক্ষকটি সন্তত কিনা পরীক্ষা করে দেখো।



(ii) $y = \tan^{-1}(\sec x + \tan x)$ হলে $x = \frac{\pi}{4}$ বিন্দুতে $\frac{d^2y}{dx^2}$ -এর মান

নির্ণয় করো।

(iii) পরীক্ষা করে দেখো $f(x) = \cot x$ অপেক্ষকটি যেখানে

$x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, Roll-এর উপপাদ্যটি সিদ্ধ করে কিনা।

(iv) যদি $f(x) + f(a-x) = k$ (ধ্রুবক), তাহলে $\int_0^a f(x) dx$ -এর মান

নির্ণয় করো।

(v) $y = \sin x$ বক্রের যে অঞ্চল $x = 0$, $x = \pi$ কোটিদ্বয় এবং

x -অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

(vi) প্রদত্ত সমীকরণটির a ও b ধ্রুবক দুটি অপনয়ন করে অবকল সমীকরণ

নির্ণয় করো : $y = e^x(a + bx^2)$.

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$2 \times 1 = 2$

(i) যদি $ABCDEF$ একটি সুষম ষড়ভুজ হয়, তবে প্রমাণ করো যে

$$\vec{AD} + \vec{EB} + \vec{FC} = 4 \vec{AB}.$$

(ii) $\frac{x-2}{a} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-2}{5}$ এবং $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2a} = \frac{z+3}{5}$ দুটি প্রদত্ত

সরলরেখা। a -এর কোন মানগুলির জন্য (a) সরলরেখা দুটি পরস্পর

লম্ব হবে এবং (b) সরলরেখা দুটি পরস্পর সমান্তরাল হবে ?

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$2 \times 1 = 2$

(i) যদি A ও B দুটি ঘটনা এবং $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ এবং

$P(B^C) = \frac{1}{2}$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে, A ও B স্বাধীন ঘটনা।



(ii) একটি যদুচ্ছ চল X -এর সম্ভাবনা বিভাজন হলো নিম্নরূপ :

x	0.5	1	1.5	2
$P(x)$	K	K^2	$2K^2$	K

তাহলে $P(x \leq 1.5)$ -এর মান নির্ণয় করো।

3. (a) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$4 \times 1 = 4$

(i) ধরা যাক A হলো একটি সমতলের সমস্ত সরলরেখার সেট। একটি সম্বন্ধ R এরূপভাবে সংজ্ঞাত যেখানে $R = \{(x, y) : x, y \text{ পরস্পর লম্ব, } x, y \in A\}$. পরীক্ষা করে বলো উপরের সম্বন্ধ R স্বসম, প্রতিসম বা সংক্রমণ হয় কিনা।

(ii) দেখাও যে, $\sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{65} = \frac{\pi}{2}$.

(b) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও (বিকল্প প্রশ্নগুলি লক্ষণীয়) :

$4 \times 2 = 8$

(i) যদি $F(x) = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ হয় তবে দেখাও যে

$$F(x) \cdot F(y) = F(x+y).$$

অথবা



$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ হলে দেখাও যে, $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$, যেখানে A^T হল

A -এর পরিবর্ত ম্যাট্রিক্স।

(ii) নির্ণায়কের ধর্মাবলি প্রয়োগ করে প্রমাণ করো

$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2(a+b)(b+c)(c+a).$$

অথবা

ক্রমার-এর নিয়ম অনুসারে সমাধান করো :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1; \quad \frac{2}{x} + \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 0; \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{4}{z} = 3.$$

(c) নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির উত্তর দাও (বিকল্প প্রশ্নগুলি লক্ষণীয়) : $4 \times 4 = 16$

(i) যদি $f(x) = \begin{cases} 3ax + b, & x > 1 \text{-এর জন্য} \\ 11, & x = 1 \text{-এর জন্য} \\ 5ax - 2b, & x < 1 \text{-এর জন্য} \end{cases}$

এবং অপেক্ষকটি $x = 1$ বিন্দুতে সন্তুত হয়, তবে a ও b -এর মান

নির্ণয় করো।

অথবা



$$2x = y^{1/m} + y^{-1/m} \text{ হলে দেখাও যে}$$

$$(1-x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2y = 0, \text{ যেখানে } m (\neq 0) \text{ একটি}$$

ক্রমিক।

(ii) মান নির্ণয় করো : $\int \frac{dx}{\sec x + \operatorname{cosec} x}$

অথবা

মান নির্ণয় করো : $\int \frac{(x-1)}{(x+1)\sqrt{x^3+x^2+x}} dx.$

(iii) মান নির্ণয় করো : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1^2}{n^3+1^3} + \frac{2^2}{n^3+2^3} + \frac{3^2}{n^3+3^3} + \dots + \frac{1}{2n} \right]$

অথবা

যদি $f(x) = f(a+x)$ হয়, তবে প্রমাণ করো যে $\int_a^{a+t} f(x) dx$ -এর

মান a নিরপেক্ষ।



(iv) সমাধান করো : $e^{-y} \sec^2 y dy = dx + x dy$.

অথবা

সমাধান করো : $x^2(x dx + y dy) + 2y(x dy - y dx) = 0$.

(d) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 4 × 1 = 4

(i) যদি $A(3, 2, 1)$, $B(4, x, 5)$, $C(4, 2, -2)$ এবং $D(6, 5, -1)$

বিন্দু চারটি একই সমতলে হয়, তবে x -এর মান নির্ণয় করো।

(ii) ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র G হলে ভেক্টর পদ্ধতিতে প্রমাণ করো,

$$\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}.$$

(e) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 4 × 1 = 4

(i) তিনটি খলিতে যথাক্রমে 3 টি সাদা ও 2 টি লাল, 7 টি সাদা ও 3 টি

লাল এবং 5 টি সাদা ও 3 টি লাল বল আছে। উদ্দেশ্যহীনভাবে একটি

খলি নির্বাচন করে তা থেকে একটি বল তোলা হলো। তোলা বলটি সাদা

হওয়ার সম্ভাবনা কত ?



(ii)

একটি মেয়ে একটি ছক্কা ছুঁড়লো। যদি সে 1 বা 2 পায় তখন সে একটি মুদ্রা তিনবার টস করে এবং টেলের সংখ্যা লিখে রাখে। যদি সে 3, 4, 5 বা 6 পায় তখন সে একটি মুদ্রা এক বার টস করে এবং হেড বা টেল যা পড়লো সেটা লিখে রাখে। যদি তার কেবলমাত্র একটি টেল পড়ে, তাহলে ছক্কা ছোঁড়ার সময় 3, 4, 5 বা 6 পড়ার সম্ভাবনা কত ?

4. (a) যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

$5 \times 2 = 10$

(i) 'k' -এর কোন মানগুলির জন্য $x = y^2$ এবং $xy = k$ বক্র দুটি পরস্পর সমকোণে ছেদ করে ?

(ii) দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ অপেক্ষকের চরম মান তার অবম মানের থেকে

ক্ষুদ্রতর।

(iii) মান নির্ণয় করো : $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \sin(x+\alpha)}}$.

(iv) সমাধান করো : $x \frac{dy}{dx} - y = x \tan \frac{y}{x}$; প্রদত্ত $y = \frac{\pi}{2}$ যখন $x = 1$.



(b) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5 × 1 = 5

(i) তিনটি একক ভেক্টর $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$ যদি $\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = 0$ শর্ত সিদ্ধ করে,

তবে প্রমাণ করো, $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = -\frac{3}{2}$.

উপরন্তু পরীক্ষা করে দেখো যে $\vec{\gamma}$ ভেক্টরটি $\vec{\alpha}$ ও $\vec{\beta}$ ভেক্টর দ্বয়ের উপর লম্ব হওয়া সম্ভব কিনা।

3 + 2

(ii) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ সরলরেখার সাপেক্ষে (1, 6, 3) বিন্দুটির প্রতিবিন্দু নির্ণয় করো। প্রতিবিন্দুটি এবং বিন্দুটির মধ্য দিয়ে যে সরলরেখা যায় তার সমীকরণ নির্ণয় করো।

3 + 2

(c) যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

5 × 1 = 5

(i) একজন কৃষক কয়েকটি ভেড়া ও ছাগল ক্রয় করেন। একটি ভেড়া ও একটি ছাগলের দাম যথাক্রমে 1,500 টাকা ও 2,000 টাকা। প্রতিটি ভেড়া ও ছাগল বিক্রি করে কৃষক যথাক্রমে 150 টাকা ও 200 টাকা লাভ করেন। তাঁর কাছে মাত্র 60,000 টাকা আছে এবং তাঁর খোঁয়াড়ে 100 টির বেশি পশু রাখা যাবে না। তিনি উভয় প্রকার পশুই কিনতে চান এবং তাঁর লাভ সবচেয়ে বেশি হয়। সমস্যাটি রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যা হিসেবে প্রকাশ করো।

(ii) লেখচিত্রের সাহায্যে নিচের রৈখিক প্রোগ্রাম বিধি সমস্যাটির সমাধান
করো এবং অভীষ্ট অপেক্ষক Z -এর পরম মান নির্ণয় করো। (ছক
কাগজের প্রয়োজন নেই)

$$Z = 2x - y$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে } x + y \leq 5$$

$$x + 2y \leq 8$$

$$4x + 3y \geq 12$$

$$\text{এবং } x, y \geq 0$$



The questions related to MCQ should be answered in the specific printed TABLE in the Answer Script. This Question Booklet does not contain any SAQ. Accordingly candidates should not write anything in the designated space on the Answer Script for answering SAQ in the Answer Script.

(Multiple Choice Type Questions)

1. Choose the correct answer from the given alternatives :

$$1 \times 10 = 10$$

- (i) If $a * b = a^2 + b^2 \forall a, b \in \mathbb{N}$, then $(4 * 5) * 3$ is equal to

(A) 50

(B) 60

(C) 1230

(D) 1690

- (ii) If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y = \frac{4\pi}{5}$, then the value of $\cot^{-1} x + \cot^{-1} y$ is

(A) π

(B) $\frac{3\pi}{5}$

(C) $\frac{2\pi}{5}$

(D) $\frac{\pi}{5}$



(iii) If the matrix $\begin{pmatrix} 4 & -k \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ has no inverse matrix, then the value of k is

(A) 6 (B) -6

(C) 12 (D) -12

(iv) If $G(x) = -\sqrt{25 - x^2}$, then $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{G(x) - G(1)}{x - 1}$ has the value

(A) $\frac{1}{24}$ (B) $\frac{1}{5}$

(C) $-\sqrt{24}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{24}}$

(v) The value of $\int_0^1 \frac{d}{dx} \left[\sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2} \right] dx$ is

(A) 0 (B) π

(C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{\pi}{4}$



(vi) The general solution of the differential equation

$$\frac{dy}{dx} = e^{x+y} \text{ is}$$

(A) $e^x + e^y = c$

(B) $e^x + e^{-y} = c$

(C) $e^{-x} + e^y = c$

(D) $e^{-x} + e^{-y} = c$

(vii) If $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{a} \times \vec{b}| = 12$ then the angle between the vectors \vec{a} and \vec{b} is

(A) $\frac{\pi}{3}$

(B) $\frac{\pi}{6}$

(C) $\frac{\pi}{4}$

(D) $\frac{\pi}{2}$

(viii) The coordinates of the point where the straight line

$$\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+2}{2} \text{ intersects the } xy \text{ plane are}$$

(A) $(0, -5, 0)$

(B) $(-4, 5, 0)$

(C) $(-4, 0, 0)$

(D) $(4, 5, 0)$



(ix) Two events A and B have probabilities 0.25 and 0.50 respectively. The probability that both A and B occur simultaneously is 0.14 . Then the probability that neither A nor B occurs is

(A) 0.39

(B) 0.25

(C) 0.11

(D) 0.30

(x) The value of $\text{var}(5X + 3)$ where X is a random variable, is

(A) $5\text{var}(X)$

(B) $25\text{var}(X)$

(C) $5\text{var}(X) + 3$

(D) $\text{var}(X)$

(Long Answer Type Questions)

2. (a) Answer any **one** question :

$2 \times 1 = 2$

(i) Let \mathbb{R} be the set of all real numbers and for all $x \in \mathbb{R}$ the mapping $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is defined by $f(x) = ax + 3$. If $f \circ f = I_{\mathbb{R}}$ then find the value of a . Here $I_{\mathbb{R}}$ is the identity function.



(ii) If $\sin^{-1} x = \tan^{-1} y$, show that $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 1$.

(b) Answer any **one** question :

$$2 \times 1 = 2$$

(i) If $1, \omega$ and ω^2 are the cube roots of unity, then find

the value of k for which the matrix $\begin{bmatrix} 1 & \omega & k \\ \omega & k & 1 \\ k & 1 & \omega \end{bmatrix}$ is

singular.

(ii) Prove that one root of the equation

$$\begin{vmatrix} x+a & b & c \\ b & x+c & a \\ c & a & x+b \end{vmatrix} = 0 \text{ is } -(a+b+c).$$

(c) Answer any **three** questions :

$$2 \times 3 = 6$$

(i) The function $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$; $x \neq 0$

$$= 0, \quad x = 0$$

then examine the continuity of the function $f(x)$ at

$x = 0$.



- (ii) If $y = \tan^{-1}(\sec x + \tan x)$, then find the value of

$$\frac{d^2y}{dx^2} \text{ at } x = \frac{\pi}{4}.$$

- (iii) Examine whether Rolle's theorem is applicable to

$$f(x) = \cot x \text{ in } \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right].$$

- (iv) If $f(x) + f(a-x) = k$ (constant), then find the value of

$$\int_0^a f(x) dx.$$

- (v) Find the area bounded by the curve $y = \sin x$, $x = 0$,

$$x = \pi \text{ and } x\text{-axis.}$$

- (vi) Find the differential equation by eliminating the

$$\text{constants } a \text{ and } b \text{ from the equation } y = e^x(a + bx^2).$$



$2 \times 1 = 2$

(d) Answer any **one** question :

(i) If $ABCDEF$ is a regular hexagon, then prove that

$$\vec{AD} + \vec{EB} + \vec{FC} = 4\vec{AB}.$$

(ii) Given the straight lines $\frac{x-2}{a} = \frac{y+3}{6} = \frac{z-2}{5}$ and

$$\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{2a} = \frac{z+3}{5},$$
 then determine the values of 'a'

for which the lines are mutually (a) perpendicular,

(b) parallel.

(e) Answer any **one** question :

$2 \times 1 = 2$

(i) If A and B are two events and $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$,

$$P(A \cap B) = \frac{1}{3} \text{ and } P(B^C) = \frac{1}{2}$$
 then prove that A and

B are independent events.

(ii) A random variable X has the following probability distribution :

x	0.5	1	1.5	2
$P(x)$	K	K^2	$2K^2$	K

then determine $P(x \leq 1.5)$.



3. (a) Answer any **one** question :

$4 \times 1 = 4$

(i) Let A be the set of all straight lines in a plane. Let a relation R be defined as $R = \{(x, y) : x \text{ is perpendicular to } y, x, y \in A\}$. Check whether the relation R is reflexive, symmetric or transitive.

(ii) Show that $\sin^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{5}{13} + \sin^{-1} \frac{16}{65} = \frac{\pi}{2}$.

(b) Answer the following questions (Alternatives are to be noted) :

$4 \times 2 = 8$

(i) If $F(x) = \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ then show that

$$F(x) \cdot F(y) = F(x+y).$$

OR

If $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ then show that $(A^{-1})^T = (A^T)^{-1}$ where

A^T is the transpose matrix of A .



- (ii) Using properties of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2(a+b)(b+c)(c+a).$$

OR

Solve by Cramer's rule :

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 1; \quad \frac{2}{x} + \frac{5}{y} + \frac{3}{z} = 0; \quad \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{4}{z} = 3.$$

- (c) Answer the following questions (Alternatives are to be noted) : 4 × 4 = 16

(i) If $f(x) = \begin{cases} 3ax + b, & \text{for } x > 1 \\ 11, & \text{for } x = 1 \\ 5ax - 2b, & \text{for } x < 1 \end{cases}$

is continuous at $x = 1$, then find the values of a and b .

OR

If $2x = y^{1/m} + y^{-1/m}$, then show that

$$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + m^2y = 0, \text{ where 'm' is a non-zero}$$

constant.

(ii) Evaluate : $\int \frac{dx}{\sec x + \operatorname{cosec} x}$.

OR

Evaluate : $\int \frac{(x-1)}{(x+1)\sqrt{x^3+x^2+x}} dx$.

(iii) Evaluate : $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\frac{1^2}{n^3+1^3} + \frac{2^2}{n^3+2^3} + \frac{3^2}{n^3+3^3} + \dots + \frac{1}{2n} \right]$.

OR

If $f(x) = f(a+x)$, then prove that $\int_a^{a+t} f(x) dx$ is

independent of a .

(iv) Solve : $e^{-y} \sec^2 y dy = dx + x dy$.

OR

Solve : $x^2(x dx + y dy) + 2y(x dy - y dx) = 0$.



(d) Answer any **one** question :

$$4 \times 1 = 4$$

(i) Find 'x' such that the four points $A(3, 2, 1)$, $B(4, x, 5)$, $C(4, 2, -2)$ and $D(6, 5, -1)$ lie on the same plane.

(ii) If G is the centroid of the triangle ABC , then prove by

the vector method that $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$.

(e) Answer any **one** question :

$$4 \times 1 = 4$$

(i) Three bags contain respectively 3 white & 2 red balls, 7 white & 3 red balls and 5 white & 3 red balls. If a bag is selected at random and one ball is drawn from it, what is the probability that it will be a white ball ?



- (ii) Suppose a girl throws a die. If she gets 1 or 2, she tosses a coin three times and notes the number of tails. If she gets 3, 4, 5 or 6, she tosses a coin once and notes whether a 'head' or 'tail' is obtained. If she obtains exactly one tail, what is the probability that she throws 3, 4, 5 or 6 with the die ?

4. (a) Answer any **two** questions : 5 × 2 = 10

- (i) Find the values of 'k' for which the curves $x = y^2$ and $xy = k$ cut at right angle. <https://www.westbengalboard.com>

- (ii) Show that, the maximum value of the function $x^3 + \frac{1}{x^3}$ is less than its minimum value.

- (iii) Evaluate : $\int \frac{dx}{\sqrt{\sin^3 x \sin(x + \alpha)}}$.

- (iv) Solve : $x \frac{dy}{dx} - y = x \tan \frac{y}{x}$; given $y = \frac{\pi}{2}$ when $x = 1$.



(b) Answer any **one** question :

5 × 1 = 5

(i) If $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}$ be the unit vectors satisfying the condition

$$\vec{\alpha} + \vec{\beta} + \vec{\gamma} = 0, \text{ then show that } \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} + \vec{\beta} \cdot \vec{\gamma} + \vec{\gamma} \cdot \vec{\alpha} = -\frac{3}{2}.$$

Hence examine whether the vector $\vec{\gamma}$ can be

orthogonal to the vectors $\vec{\alpha}$ and $\vec{\beta}$.

3 + 2

(ii) Find the image of the point (1, 6, 3) with respect to

the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$, and also find the equation of

the line passing through the point and its image.

3 + 2

(c) Answer any **one** question :

5 × 1 = 5

(i) A farmer purchased some sheep and goats at Rs. 1,500 per sheep and Rs. 2,000 per goat, and makes a profit of Rs. 150 per sheep and Rs. 200 per goat after selling them. The farmer has only

Rs. 60,000 and cannot accommodate more than 100 animals. He wishes to purchase both kinds of animals and to have maximum profit. Formulate the problem as a linear programming problem.

- (ii) Solve the following linear programming problem by graphical method. (**Graph sheet is not required**)

Minimize $Z = 2x - y$

subject to $x + y \leq 5$

$$x + 2y \leq 8$$

$$4x + 3y \geq 12$$

and $x, y \geq 0$

=====



INSTRUCTIONS :

- This Question Booklet consists of **32** pages.
- This Question Booklet is in *two* versions — Bengali and English. **In case of any doubt or confusion, English version will prevail.**
- Attempt the questions as per the instructions given therein. Write the answers only in the Main Answer Script, nowhere else.
- Do Rough Work, if necessary, in Main Answer Script and cross it diagonally.

