

MATHEMATICS

SEMESTER-IV (New System)

0068743

2026

155

68743

[Total Marks : 40

Total Time : 2 Hours]

- ◆ পরিমিত এবং যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। বর্ণাশুদ্ধি, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপরে প্রশ্নের পূর্ণমান সূচিত আছে।
- ◆ *Special credit will be given for answers which are brief and to the point. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and bad handwriting. Figures in the margin indicate full marks for the questions.*

0068743

155

68743

নির্দেশাবলি :-

- এই প্রশ্নপুস্তিকাটির পৃষ্ঠা সংখ্যা 16.
- এই প্রশ্নপুস্তিকাটি দ্বিভাষিক — বাংলা এবং ইংরাজী। যদি কোনো ক্ষেত্রে সন্দেহ বা বিভ্রান্তির সৃষ্টি হয়, সেক্ষেত্রে ইংরাজী ভাষাই চূড়ান্ত বলে বিবেচিত হবে।
- প্রদত্ত নির্দেশ অনুসারে প্রশ্নের উত্তর দাও। মূল উত্তরপত্রের কেবল প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে, অন্যত্র নয়।
- প্রয়োজন অনুযায়ী মূল উত্তরপত্রে রাফ / খসড়া কার্য করা যাবে এবং শেষে কোনাকুনি ভাবে কেটে দেবে।

0068743

155

68743

ভাষান্তর / Versions	পৃষ্ঠা থেকে / From Page	পৃষ্ঠা পর্যন্ত / To Page
বাংলা / Bengali	3	8
ইংরাজী / English	9	14

This Question Booklet is sealed by Reverse Jacket. The candidate has to cut the jacket to open the booklet shown on the opening side of the Question Booklet. Candidate may use scale to cut open the jacket.



প্রশ্নপুস্তিকাটি খোলার আগে এই প্রশ্নপুস্তিকার শেষ পৃষ্ঠায় প্রদত্ত ইংরেজী নির্দেশাবলি পড়ো।
Before opening this Question Booklet read the instructions in English at the last page of this Question Booklet.

1. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) যদি ভেক্টর $\vec{\alpha} = a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$; $\vec{\beta} = \hat{i} + \hat{k}$ এবং $\vec{\gamma} = c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$

একতলীয় হয়, তাহলে প্রমাণ করো $c^2 = ab$.

B) যদি $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ হয়, তবে $\vec{a} + \vec{b}$ ভেক্টরের

সমান্তরাল একক ভেক্টর নির্ণয় করো।

2. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2\lambda} = \frac{z-2}{0}$ এবং $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3\lambda} = \frac{z+5}{2}$ সরলরেখা দুটি

পরস্পর লম্ব হলে λ -এর মান(গুলি) নির্ণয় করো।

B) $2x + 2y - 2z + 1 = 0$ তলটি (2, 1, 5) এবং (3, 4, 3) বিন্দুদ্বয়ের

সংযোজক রেখাংশকে কী অনুপাতে বিভক্ত করে তা নির্ণয় করো।

3. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) a ও b -এর কোন্ মানগুলির জন্য নিম্নলিখিত গাণিতিক অভিব্যক্তিটি সত্য হবে ?

$$\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \tan\left(\frac{x}{2} + a\right) + b$$

B) মান নির্ণয় করো : $\int_{-1}^1 e^{|x|} dx$.

MATH

4. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) $y = \sqrt{x}$, $2y - x + 3 = 0$ অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ এবং প্রথম পাদে অবস্থিত অঞ্চলটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

B) $y = \sin^2 x$ বক্রের যে অঞ্চল $x = 0$, $x = \pi$ কোটিদ্বয় এবং x -অক্ষ দ্বারা সীমাবদ্ধ তার ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।

5. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) যে বৃত্তগুলি, মূলবিন্দুতে কেন্দ্র বিশিষ্ট ও একক ব্যাসার্ধের বৃত্ত ও যে সরলরেখা প্রথম পাদকে সমদ্বিবর্তিত করে তাদের ছেদবিন্দুগামী, সেই সকল বৃত্তগুলির অবকল সমীকরণ নির্ণয় করো।

B) সমাধান করো $\frac{dy}{dx} = e^{x-y} + x^2 \cdot e^{-y}$.

6. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) একটি রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যা'র ক্ষেত্রে উত্তল বহুভুজাকার কার্যকরী অঞ্চলের কৌণিক বিন্দুগুলি $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(2, 3)$ ও $(5, 0)$ হলে বিষয়স্বাক্ষর অপেক্ষক $Z = 3x + 4y$ -এর সর্বাধিক মান প্রাপ্ত হবে যে কৌণিক বিন্দুতে তা নির্ণয় করো।

B) একজন আসবাবপত্রের ডিলার মাত্র দুটি আইটেম টেবিল এবং চেয়ার-এর ব্যবসা করে। তার কাছে বিনিয়োগের জন্য 5,000 টাকা আছে এবং সর্বাধিক 60 টি আসবাব রাখার জন্য স্থান আছে। প্রতিটি টেবিল ও চেয়ার পিছু তার খরচ যথাক্রমে 250 টাকা ও 60 টাকা। রৈখিক প্রোগ্রামিংবিধির সমস্যাটির শর্তগুলি গাণিতিকভাবে প্রকাশ করো।



বিভাগ - খ

4 x 3 = 12

7. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) যে সামান্তরিকের দুটি সংলগ্ন বাহু \hat{i} এবং $\hat{i} + \hat{j}$ ভেক্টর দ্বারা সূচিত হয় সেটির

ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো।
 B) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ তিনটি একক ভেক্টর হলে, প্রমাণ করো যে,
 $|\vec{a} - \vec{b}|^2 + |\vec{b} - \vec{c}|^2 + |\vec{c} - \vec{a}|^2 \leq 9$.

8. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) সমাকলন করো : $\int \frac{\sin x}{\sin x + \cot x} + \frac{\cos x}{\sec x + \operatorname{cosec} x} dx$
 B) সমাকলন করো : $\int \frac{dx}{\sin(x - \alpha) \cos(x - \beta)}$,

যেখানে α, β দুটি ধ্রুবক।

9. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) সমাধান করো : $x dy + y dx + y^2 (x dy - y dx) = 0$.

B) সমাধান করো :
 $\left(\sin y + y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0$.

10. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) লেখচিত্রের সাহায্যে নীচের বৈখিক প্রোগ্রামে বিধি সমস্যাটির সমাধান করো এবং অর্জিত অপেক্ষক Z -এর অবম মান নির্ণয় করো। (হক কাগজের প্রয়োজন নেই)

$$Z = 3x + 5y$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে } x + 3y \geq 3$$

$$x + y \leq 155$$

$$\text{এবং } x, y \geq 0$$

B) লেখচিত্রের মাধ্যমে প্রদত্ত বৈখিক প্রোগ্রামে বিধি সমস্যাটির সমাধান করো

(হক কাগজের প্রয়োজন নেই) :

$$Z = 5x + 7y \text{ -এর চরম মান নির্ণয় করো}$$

$$\text{শর্ত সাপেক্ষে } x + y \leq 4$$

$$3x + 8y \leq 24$$

$$10x + 7y \leq 35$$

$$x, y \geq 0$$

বিভাগ - গ
0068743
155
[4 নম্বরের প্রশ্ন]

$$4 \times 4 = 16$$

11. চারটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) দুটি সরলরেখার দিক কোসাইনগুলি $a^2l + b^2m + c^2n = 0$ এবং

$mn + nl + lm$ সীকরন দ্বারা প্রদত্ত। সরলরেখা দুটি পরস্পর লম্ব হলে
দেখাও যে, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 0$

B) মূলবিন্দু থেকে কোনো সমতলের ওপর আঁকা লম্বের পাদবিন্দুর স্থানাঙ্ক

(a, b, c) হলে, সমতলটির সমীকরণ নির্ণয় করো।

C) একটি চলমান সমতল মূলবিন্দু O থেকে সর্বদা $3p$ একক দূরত্বে অবস্থান করে

এবং x, y ও z অক্ষকে যথাক্রমে A, B এবং C বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করো

যে, ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্রের সঞ্চারণপথ (locus) হবে

$$x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}.$$

D) $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ সরলরেখাটির সাপেক্ষে $(1, 6, 3)$ বিন্দুর প্রতিবিন্দু

নির্ণয় করো।

12. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) মান নির্ণয় করো : $\int_a^b \frac{f(x)dx}{f(x)+f(a+b-x)}$.

B) দেখাও যে $\int_0^{2000\pi} \frac{dx}{1+5^{\sin x}} = 1000\pi$.

13. দুটি প্রশ্নের মধ্যে যে-কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও :

A) x -অক্ষ, $x = \sqrt{3}y$ সরলরেখা ও $x^2 + y^2 = 4$ বৃত্ত দ্বারা প্রথম পাদে সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্দিষ্ট সমাকল ব্যবহার করে নির্ণয় করো।

B) কলনবিদ্যার সাহায্যে নিম্নলিখিত বক্রদ্বয় দ্বারা আবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় করো :

$$x^2 + y^2 \leq 1, x + y \leq 1.$$

(ENGLISH VERSION)

155

Section - A

[for 2 marks questions]

6 × 2 = 12

1. Answer any one question out of two questions :

A) If the vectors $\vec{\alpha} = a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$; $\vec{\beta} = \hat{i} + \hat{k}$; $\vec{\gamma} = c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ are coplanar, then prove that $c^2 = ab$.

B) If $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $\vec{b} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, then find the unit vector parallel to the vector $\vec{a} + \vec{b}$.

2. Answer any one question out of two questions :

A) If the two straight lines $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2\lambda} = \frac{z-2}{0}$ and

$\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3\lambda} = \frac{z+5}{2}$ are perpendicular to each other

then find the value(s) of λ .

B) Find the ratio in which the plane $2x + 2y - 2z + 1 = 0$ divides the line joining the points (2, 1, 5) and (3, 4, 3).

MATH

3. Answer any one question out of two questions :

- A) For what values of a and b the following expression is correct ?

$$\int \frac{dx}{1 + \sin x} = \tan\left(\frac{x}{2} + a\right) + b$$

- B) Evaluate : $\int_{-1}^1 e^{155x} dx$.

4. Answer any one question out of two questions :

- A) Find the area of the region bounded by the curves $y = \sqrt{x}$, $2y - x + 3 = 0$, x -axis and lying in the first quadrant.

- B) Find the area bounded by the curves $y = \sin^2 x$, $x = 0$, $x = \pi$, and x -axis.

5. Answer any one question out of two questions :

- A) Find the differential equation of the circles passing through the points of intersection of unit circle with centre at the origin and line bisecting the first quadrant.

- B) Solve : $\frac{dy}{dx} = e^{xy} + x^2 \cdot e^{-y}$.

6. Answer any one question out of two questions :

A) In a Linear Programming Problem, the corner points of the feasible convex region are $(0, 0)$, $(0, 4)$, $(2, 3)$ and $(5, 0)$. Find the corner point at which the objective function $Z = 3x + 4y$ will be maximum.

B) A furniture dealer sells tables and chairs. He has Rs. 5,000 to invest and enough space to accommodate 60 furniture. His expenses are Rs. 250 and Rs. 60 for each table and chair respectively. In connection with the above Linear Programming Problem write down the constraints in mathematical form.

Section -



[for 3 marks questions]

$4 \times 3 = 12$

7. Answer any one question out of two questions :

A) The adjacent sides of a parallelogram are represented by the vectors \hat{i} and $\hat{i} + \hat{j}$. Determine the area of the parallelogram.

B) If $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ be three unit vectors, then prove that

$$|\vec{a} - \vec{b}|^2 + |\vec{b} - \vec{c}|^2 + |\vec{c} - \vec{a}|^2 \leq 9.$$

8. Answer any *one* question out of two questions :

A) Integrate : $\int \frac{155x}{\tan x + \cot x + \sec x + \operatorname{cosec} x} dx$

B) Integrate : $\int \frac{dx}{\sin(x - \alpha) \cos(x - \beta)}$,

where α and β are constants.

9. Answer any *one* question out of two questions :

A) Solve : $x dy + y dx + y^2 (x dy - y dx) = 0$.

B) Solve : $\left(\sin y + y \sin x + \frac{1}{x} \right) dx + \left(x \cos y - \cos x + \frac{1}{y} \right) dy = 0$.

10. Answer any *one* question out of two questions :

A) Solve the following linear programming problem by graphical method (**Graph sheet is not required**) :

Minimize $Z = 3x + 5y$

subject to $x + 3y \leq 3$

$x + y \leq 1$

and $x, y \geq 0$

- B) Solve the following linear programming problem by graphical method (**Graph sheet is not required**) :

$$\text{Maximize } Z = 5x + 7y$$

$$\text{subject to } x + y \leq 4$$

$$3x + 8y \leq 24$$

$$10x + 7y \leq 35$$

$$x, y \geq 0$$

Section - C

[for 4 marks questions]

4 × 4 = 16

1. Answer any *two* questions out of four questions :

- A) The direction cosines of two straight lines satisfy the conditions $a^2l + b^2m + c^2n = 0$ and $mn + nl + lm = 0$.

Show that the two straight lines will be perpendicular to each other if $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 0$. <https://www.westbengalboard.com>

- B) The foot of the perpendicular drawn from the origin on a plane has the coordinates (a, b, c) . Determine the equation of the plane.

MATH

C) A variable plane which is at a constant distance $3p$ units from the origin O cuts the axes x , y and z at points A , B and C . Show that the locus of the centroid of the triangle ABC is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = p^{-2}$.

D) Find the image of the point $(1, 6, 3)$ with respect to the line $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$.

12. Answer any *one* question out of two questions :

A) Evaluate : $\int_a^b \frac{f(x) dx}{f(x) + f(a+b-x)}$.

B) Show that $\int_0^{2000\pi} \frac{dx}{1 + 5^{\sin x}} = 1000\pi$.

13. Answer any *one* question out of two questions :

A) Find the area in the first quadrant enclosed by the x -axis, the line $x = \sqrt{3}y$ and the circle $x^2 + y^2 = 4$, using definite integral.

B) Using calculus, determine the area of the region bounded by $x^2 + y^2 \leq 1$, $x + y \leq 1$.