PATHFINDER®

Where Aspiration Meets Success

WBJEE 2026

Date: 24-05-2026

Mathematics

Question with Answer Key

Pathfinder Educational Centre LLP, 47 Kalidas Patitundi Lane,
Kaligaht, Kolkata-26

☎ 033-2455 1840 / 2454 4817 / 4668

PATHFINDER
Where Aspiration Meets Success

M-2026

DO NOT OPEN THIS BOOKLET UNTIL YOU ARE ASKED TO DO SO

Subject : MATHEMATICS

6011013463
(Booklet Number)

Duration : 2 Hours **Full Marks : 100**

INSTRUCTIONS

1. All questions are of objective type having four answer options for each.
2. Category-1: Carries 1 mark each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ¼ mark will be deducted.
3. Category-2: Carries 2 marks each and only one option is correct. In case of incorrect answer or any combination of more than one answer, ½ mark will be deducted.
4. Category-3: **(a)** One or more option(s) is/are correct; **(b)** Marking all correct option(s) only will yield 2(two) marks; **(c)** For any combination of answers containing one or more incorrect options, the said answer will be treated as wrong, yielding a zero mark even if one or more of the chosen option(s) is/are correct; **(d)** For partially correct answers, i.e., when all right options are not marked and also no incorrect options are marked, marks awarded = 2 × (no. of correct options marked) ÷ total no of the correct option(s); **(e)** Not attempting the question will fetch zero mark.
5. The OMR document is composed of two sheets: the Original Copy (Orange colour) and the Examinee's Copy (Blue colour). The question must be answered on the **Original OMR Sheet** (front page) by darkening the appropriate bubble marked Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ or Ⓓ.
6. Use only **Black/Blue ink ball point pen** to mark the answer by filling up of the respective bubbles completely.
7. Do not put any mark other than where required in specified places on the **OMR Sheet**.
8. Write Question Booklet Number and your Roll Number carefully in the specified locations of the **OMR Sheet**. Also fill appropriate bubbles.
9. Write your name (in block letter), name of the examination center and put your signature (as it appeared in the Admit Card) in appropriate boxes in the **OMR Sheet**.
10. The **OMR Sheet** is liable to become invalid if there is any mistake in filling the correct bubbles for Question Booklet Number/Roll Number or if there is any discrepancy in the name/signature of the candidate, name of the examination center. The **OMR Sheet** may also become invalid due to folding or putting stray marks on it or any damage made to it. The consequence of such invalidation due to incorrect marking or careless handling by the candidate will be the sole responsibility of the candidate.
11. Candidates are not allowed to carry any written or printed material, calculator, slide rule, pen, log-table, wristwatch, graph, any communication device like mobile phones, bluetooth device etc. inside the examination hall. Any candidate found with such prohibited items will be **reported against** and his/her candidature will be summarily cancelled.
12. Rough work must be done in the Question Booklet itself. Additional blank pages are given in the Question Booklet for rough work.
13. Before leaving the Examination Room/Hall, be careful to separate the Original OMR Copy (Orange colour) from the Examinee's Copy (Blue colour) along the perforation side line and handover the Original OMR Sheet to the Invigilator.
14. This Booklet contains questions in both English and Bengali. Necessary care and precaution were taken while framing the Bengali version. However, if any discrepancy(ies) is/are found between the two versions, the information provided in the English version will stand and will be treated as final.
15. **Candidates are allowed to take the Question Booklet and Examinee's Copy of OMR Sheet (Blue colour) after examination is over.**

Signature of the Candidate : ______________________
(*as in Admit Card*)

Signature of the Invigilator : ______________________

M-2026 **Please Turn Over**

M-2026 (3)

MATHEMATICS

Category-1 (Q. 1 to 50)

(Carry 1 mark each. Only one option is correct. Negative mark: – ¼)

1. Given $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ such that $x = 0$ is the only real root of $P'(x) = 0$. If $P(-1) < P(1)$, then in the interval $[-1, 1]$

(A) $P(-1)$ is the minimum but $P(1)$ is not the maximum of P

(B) $P(-1)$ is not minimum but $P(1)$ is the maximum of P

(C) neither $P(-1)$ is the minimum nor $P(1)$ is the maximum of P

(D) $P(-1)$ is the minimum and $P(1)$ is the maximum of P

প্রদত্ত $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ এরূপ যে $x = 0$ হল $P'(x) = 0$-এর একমাত্র বাস্তব বীজ। যদি $P(-1) < P(1)$ হয়, তবে $[-1, 1]$ অন্তরালে

(A) $P(-1)$ হল অবমমান কিন্তু $P(1)$, P-এর চরমমান নয়

(B) $P(-1)$ অবমমান নয় কিন্তু $P(1)$ হল, P-এর চরমমান

(C) $P(-1)$, P-এর অবমমান বা $P(1)$, P-এর চরমমান নয়

(D) $P(-1)$ হল P-এর অবমমান এবং $P(1)$ হল P-এর চরমমান

2. If α , β are the roots of the equation $x^2 - px + q = 0$ and $\alpha > 0$, $\beta > 0$, then $\alpha^{\frac{1}{4}} + \beta^{\frac{1}{4}} = \left(p + 6\sqrt{p} + 4q^{\frac{1}{4}}\sqrt{p + 2\sqrt{q}}\right)^K$, where K is

যদি $x^2 - px + q = 0$ সমীকরণের বীজগুলি α, β এবং $\alpha > 0$, $\beta > 0$ হয়, তবে $\alpha^{\frac{1}{4}} + \beta^{\frac{1}{4}} = \left(p + 6\sqrt{p} + 4q^{\frac{1}{4}}\sqrt{p + 2\sqrt{q}}\right)^K$, যেখানে K হয়

(A) $\frac{3}{2}$

(B) $\frac{1}{4}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) 1

3. If $\sum_{r=1}^{\infty} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2r^2}\right) = a$, then $\tan a$ is equal to

যদি $\sum_{r=1}^{\infty} \tan^{-1}\left(\frac{1}{2r^2}\right) = a$ হয়, তাহলে $\tan a$ হয়

(A) 1

(B) 0

(C) $\sqrt{3}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

4. Consider a function $f(x)$ which has exactly two roots at $x = a$. If $\lim_{x\to a}\left(\frac{\lambda f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{x-a}\right) = m(\neq 0)$, then the value of λ is

একটি অপেক্ষক $f(x)$ বিবেচনা করো যার $x = a$-তে ঠিক দুটি বীজ আছে। যদি $\lim_{x\to a}\left(\frac{\lambda f'(x)}{f(x)} - \frac{1}{x-a}\right) = m(\neq 0)$ হয়, তবে λ-এর মান হয়

(A) 2

(B) 1

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{1}{4}$

5. A vector given by $\vec{P} = f(t)\hat{i} + g(t)\hat{j} + \hat{k}$ moves in such a way that it is always parallel to the vector $\vec{Q} = -f''(t)\hat{i} + f'(t)\hat{j} + \hat{k}$. The magnitude of $\vec{P}$ is

(A) a linear function of time

(B) a quadratic function of time

(C) a cubic function of time

(D) constant

একটি ভেক্টর $\vec{P} = f(t)\hat{i} + g(t)\hat{j} + \hat{k}$ এমনভাবে চলমান যে এটি সর্বদা ভেক্টর $\vec{Q} = -f''(t)\hat{i} + f'(t)\hat{j} + \hat{k}$-এর সঙ্গে সমান্তরাল। $\vec{P}$-এর মান হল

(A) সময়ের একটি রৈখিক অপেক্ষক

(B) সময়ের একটি দ্বিঘাত অপেক্ষক

(C) সময়ের একটি ত্রিঘাত অপেক্ষক

(D) ধ্রুবক

6. The expression $\sum_{K=1}^{32}(3K+2)\left\{\sum_{r=1}^{10}\left(\sin\frac{2r\pi}{11} - i\cos\frac{2r\pi}{11}\right)\right\}^K$ represents

$\sum_{K=1}^{32}(3K+2)\left\{\sum_{r=1}^{10}\left(\sin\frac{2r\pi}{11} - i\cos\frac{2r\pi}{11}\right)\right\}^K$ সংখ্যামালাটি নির্দেশ করে

(A) 48 $(1 + i)$

(B) $-48(1 - i)$

(C) $-\frac{48}{11}(1 - i)$

(D) 48 $(1 - i)$

M-2026 (5)

7. θ elimination from the equations $x^2+y^2=\dfrac{x\cos3\theta+y\sin3\theta}{\cos^3\theta}=\dfrac{y\cos3\theta-x\sin3\theta}{\sin^3\theta}$ will be

$x^2+y^2=\dfrac{x\cos3\theta+y\sin3\theta}{\cos^3\theta}=\dfrac{y\cos3\theta-x\sin3\theta}{\sin^3\theta}$ সমীকরণগুলি থেকে θ অপনয়ন করলে হবে

(A) $4(x^4+y^4)=3x+4y$
(B) $(x^2+y^2+2x)(x^2+y^2-x)=2y^2$
(C) $(x^2+y^2-2x)(x^2+y^2+x)=9y$
(D) $x^{2/3}+y^{2/3}=1$

8. If t_n denotes the nth term of an A.P. and $t_p=\dfrac{1}{q}, t_q=\dfrac{1}{p}$, then which one of the following options is a root of the equation $(p+2q-3r)x^2+(q+2r-3p)x+(r+2p-3q)=0$?

যদি t_n একটি সমান্তর প্রগতির n তম পদ নির্দেশ করে এবং $t_p=\dfrac{1}{q}, t_q=\dfrac{1}{p}$ হয়, তবে নীচের কোন বিকল্পটি $(p+2q-3r)x^2+(q+2r-3p)x+(r+2p-3q)=0$ সমীকরণের একটি বীজ হয়?

(A) t_{pq}
(B) t_p
(C) t_q
(D) t_{p+q}

9. Consider the sequence of numbers $\{1, 2, 3, ..., 13\}$. A person chooses three numbers at random from the sequence. The probability that the chosen three numbers form an A.P. is

$\{1, 2, 3, ..., 13\}$ সংখ্যার অনুক্রমটি বিবেচনা করো। এক ব্যক্তি এই অনুক্রম থেকে যদৃচ্ছভাবে তিনটি সংখ্যা বেছে নেন। নির্বাচিত তিনটি সংখ্যা একটি সমান্তর প্রগতি গঠন করার সম্ভাবনা হল

(A) $\dfrac{21}{157}$
(B) $\dfrac{18}{143}$
(C) $\dfrac{29}{180}$
(D) $\dfrac{24}{163}$

10. If $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ and A is a matrix such that $A^3=0$, then $f(A)=$

যদি $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ এবং A এরূপ একটি ম্যাট্রিক্স যে $A^3=0$ হয়, তাহলে $f(A)=$

(A) $1+2A+2A^2$
(B) $1+2A+A^2$
(C) $1-2A+A^2$
(D) $1+A+A^2$

M-2026 (6)

11. Which of the following statements is always true?

(A) If $f(x)$ is decreasing, then $\frac{1}{f(x)}$ is increasing

(B) If $f(x)$ is decreasing, then $\frac{1}{f(x)}$ is also decreasing

(C) If both f and g are positive functions such that f is decreasing and g is increasing, then $\frac{f}{g}$ is a decreasing function

(D) If both f and g are positive functions such that f is increasing and g is decreasing, then $\frac{f}{g}$ is a decreasing function

নীচের বিবৃতিগুলির মধ্যে কোনটি সর্বদা সত্য?

(A) যদি $f(x)$ অবরোহী হয়, তবে $\frac{1}{f(x)}$ আরোহী

(B) যদি $f(x)$ অবরোহী হয়, তবে $\frac{1}{f(x)}$-ও অবরোহী

(C) যদি f এবং g উভয়ই ধনাত্মক অপেক্ষক এরূপ হয় যে, f অবরোহী এবং g আরোহী, তবে $\frac{f}{g}$ একটি অবরোহী অপেক্ষক হয়

(D) যদি f এবং g উভয়ই ধনাত্মক অপেক্ষক এরূপ হয় যে, f আরোহী এবং g অবরোহী, তবে $\frac{f}{g}$ একটি অবরোহী অপেক্ষক হয়

12. If $0<\alpha<\beta<\gamma<\frac{\pi}{2}$, then the equation $\frac{1}{x-\sin\alpha}+\frac{1}{x-\sin\beta}+\frac{1}{x-\sin\gamma}=0$ has

(A) real and unequal roots

(B) imaginary roots

(C) real and equal roots

(D) rational roots

যদি $0<\alpha<\beta<\gamma<\frac{\pi}{2}$ হয়, তবে $\frac{1}{x-\sin\alpha}+\frac{1}{x-\sin\beta}+\frac{1}{x-\sin\gamma}=0$ সমীকরণটির

(A) বাস্তব এবং অসমান বীজ আছে

(B) কাল্পনিক বীজ আছে

(C) বাস্তব এবং সমান বীজ আছে

(D) মূলদ বীজ আছে

M-2026 (7)

13. On the set $\mathbb{R}$ of real numbers the relation ρ, defined by $x\rho y$ $(x, y \in \mathbb{R})$ iff

(A) $|x-y|<2$ is reflexive but neither symmetric nor transitive

(B) $|x|\geq y$ is reflexive and transitive but not symmetric

(C) $x>|y|$ is transitive but neither reflexive nor symmetric

(D) $x-y<2$ is reflexive and symmetric but not transitive

বাস্তব সংখ্যাসমূহের সেট $\mathbb{R}$-এর ওপর সংজ্ঞায়িত একটি সম্বন্ধ ρ-এর সংজ্ঞা হল $x\rho y$ $(x, y \in \mathbb{R})$ যদি এবং কেবলমাত্র যদি

(A) $|x-y|<2$ স্বসম কিন্তু প্রতিসম বা সংক্রমণশীল নয়

(B) $|x|\geq y$ স্বসম এবং সংক্রমণশীল কিন্তু প্রতিসম নয়

(C) $x>|y|$ সংক্রমণশীল কিন্তু স্বসম বা প্রতিসম নয়

(D) $x-y<2$ স্বসম এবং প্রতিসম কিন্তু সংক্রমণশীল নয়

14. If $\int \frac{\operatorname{cosec}^2 x-2010}{\cos^{2010} x}dx=-\frac{f(x)}{(g(x))^{2010}}+c$, where $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$; then the number of solutions of the equation $\frac{f(x)}{g(x)}=\{x\}$ in $[0, 2\pi]$ is/are (where $\{\cdot\}$ represents fractional part function)

যদি $\int \frac{\operatorname{cosec}^2 x-2010}{\cos^{2010} x}dx=-\frac{f(x)}{(g(x))^{2010}}+c$, যেখানে $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=1$ হয়, তবে $[0, 2\pi]$ অন্তরালে $\frac{f(x)}{g(x)}=\{x\}$ (যেখানে $\{\cdot\}$ হল ভগ্নাংশ অপেক্ষক) সমীকরণের সমাধান সংখ্যা হল

(A) 3
(B) 1
(C) 0
(D) 2

15. If the locus of mid point of any normal chord of the parabola $y^2=4x$ is $x-\lambda=\frac{\mu}{y^2}+\frac{y^2}{\nu}$, where $\lambda, \mu, \nu \in N$, then $(\lambda+\mu+\nu)$ equals to

যদি $y^2=4x$ অধিবৃত্তের যেকোনো অভিলম্ব জ্যা-এর মধ্যবিন্দুর সঞ্চারপথ $x-\lambda=\frac{\mu}{y^2}+\frac{y^2}{\nu}$ হয়, যেখানে $\lambda, \mu, \nu \in N$, তবে $(\lambda+\mu+\nu)$-এর সমান হবে

(A) 8
(B) 16
(C) 10
(D) 17

16. The true set of values of 'K' for which $\sin^{-1}\left(\frac{1}{1+\sin^2 x}\right)=\frac{K\pi}{6}$ may have a solution is

'K'-এর সেই প্রকৃত মানসমূহের সেট, যার জন্য $\sin^{-1}\left(\frac{1}{1+\sin^2 x}\right)=\frac{K\pi}{6}$ -এর একটি সমাধান থাকতে পারে, তা হল

(A) $\left[\frac{1}{6},\frac{1}{2}\right]$
(B) $\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$
(C) [2, 4]
(D) [1, 3]

17. A mapping is selected at random from all mappings $f:A\to A$, where set $A=\{1, 2, 3, ..., n\}$. If the probability that the mapping is injective is $\frac{3}{32}$, then the value of n is

$f:A\to A$ আকারের সমস্ত চিত্রণের মধ্য থেকে যদৃচ্ছভাবে একটি চিত্রণ নির্বাচন করা হল, যেখানে সেট $A=\{1, 2, 3, ..., n\}$। যদি চিত্রণটি এককৈক হওয়ার সম্ভাবনা $\frac{3}{32}$ হয়, তবে n-এর মান হয়

(A) 8
(B) 14
(C) 3
(D) 4

18. Let $A=[a,\infty)$ denotes the domain, then $f:[a,\infty)\to B$, which is defined by $f(x)=2x^3-3x^2+6$ will have an inverse for the smallest real value of 'a' if

মনে করো, $A=[a,\infty)$ সংজ্ঞার অঞ্চল নির্দেশ করে, তবে $f:[a,\infty)\to B$, যা $f(x)=2x^3-3x^2+6$ দ্বারা সংজ্ঞাত—এর 'a'-এর ক্ষুদ্রতম বাস্তব মানের জন্য একটি বিপরীত থাকবে যদি

(A) $a=0, B=[6,\infty)$
(B) $a=2, B=[10,\infty)$
(C) $a=1, B=[5,\infty)$
(D) $a=-1, B=[5,\infty)$

19. If $a=\lim_{n\to\infty}\cos^{2n}x$, $(x=n\pi)$ and $b=\lim_{n\to\infty}\cos^{2n}x$, $(x\neq n\pi)$, then numerical value of the area of the triangle whose vertices are (a, b), $(-2, 1)$ and $(2, 1)$ is

যদি $a=\lim_{n\to\infty}\cos^{2n}x$, $(x=n\pi)$ এবং $b=\lim_{n\to\infty}\cos^{2n}x$, $(x\neq n\pi)$ হয়, তবে যে ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দুগুলি (a, b), $(-2, 1)$ এবং $(2, 1)$ তার ক্ষেত্রফলের সাংখ্যমান হয়

(A) 2
(B) 4
(C) 1
(D) $\frac{1}{2}$

M-2026 (9)

20. The position vectors of two adjacent sides $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$ of a rectangle $OACB$ are $\vec{a}$ and $\vec{b}$ respectively, where O is the origin. If $16|\vec{a}\times\vec{b}| = 3(|\vec{a}|+|\vec{b}|)^2$ and θ be the acute angle between the diagonals OC and AB, then the value of $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ is

$OACB$ আয়তাকার চিত্রের দুটি সন্নিহিত বাহু $\overrightarrow{OA}$ এবং $\overrightarrow{OB}$-এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$, যেখানে O হল মূলবিন্দু। যদি $16|\vec{a}\times\vec{b}| = 3(|\vec{a}|+|\vec{b}|)^2$ এবং OC ও AB কর্ণের মধ্যবর্তী সূক্ষ্মকোণ θ হয়, তবে $\tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$-এর মান হয়

(A) $\frac{1}{3}$
(B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$
(C) $\sqrt{3}$
(D) 1

21. The point of intersection of $\vec{r}\times\vec{a} = \vec{b}\times\vec{a}$ and $\vec{r}\times\vec{b} = \vec{a}\times\vec{b}$, where $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}$ and $\vec{b} = 2\hat{i}-\hat{k}$ is

$\vec{r}\times\vec{a} = \vec{b}\times\vec{a}$ এবং $\vec{r}\times\vec{b} = \vec{a}\times\vec{b}$-এর ছেদবিন্দু, যেখানে $\vec{a} = \hat{i}+\hat{j}$ এবং $\vec{b} = 2\hat{i}-\hat{k}$ হয়

(A) $3\hat{i}+2\hat{j}+\hat{k}$
(B) $\hat{i}-\hat{j}-\hat{k}$
(C) $4\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$
(D) $3\hat{i}+\hat{j}-\hat{k}$

22. Let $a_1, a_2, a_3, \ldots$ are in G.P. such that $n > m$, $a_n > a_m$ and $a_1 + a_n = 66$, $a_2 \cdot a_{n-1} = 128$. If $\sum_{r=1}^{n} a_r = 126$, then n is

মনে করো, গুণোত্তর প্রগতিভুক্ত $a_1, a_2, a_3, \ldots$ এরূপ যে, $n > m$, $a_n > a_m$ এবং $a_1 + a_n = 66$, $a_2 \cdot a_{n-1} = 128$। যদি $\sum_{r=1}^{n} a_r = 126$ হয়, তবে n হয়

(A) 11
(B) 8
(C) 6
(D) 64

23. The minimum length of intercept on any tangent to the ellipse $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ cut by the circle $x^2+y^2=25$ is

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$ উপবৃত্তের যেকোনো স্পর্শক থেকে $x^2+y^2=25$ বৃত্ত দ্বারা ছেদিত অংশের ন্যূনতম দৈর্ঘ্য হল

(A) 6
(B) 9
(C) 11
(D) 8

24. Intercepts of the plane $\vec{r}\cdot\vec{n}=d(\neq 0)$ on the coordinate axes respectively are

$\vec{r}\cdot\vec{n}=d(\neq 0)$ সমতলের স্থানাঙ্ক অক্ষগুলিতে ছেদিত অংশগুলি যথাক্রমে হল

(A) $\frac{\hat{i}\cdot\vec{n}}{d}, \frac{\hat{j}\cdot\vec{n}}{d}, \frac{\hat{k}\cdot\vec{n}}{d}$

(B) $\left|\frac{\hat{i}\cdot\vec{n}}{d}\right|, \left|\frac{\hat{j}\cdot\vec{n}}{d}\right|, \left|\frac{\hat{k}\cdot\vec{n}}{d}\right|$

(C) $\frac{d}{\hat{i}\cdot\hat{n}}, \frac{d}{\hat{j}\cdot\hat{n}}, \frac{d}{\hat{k}\cdot\hat{n}}$

(D) $\frac{d}{\hat{i}\cdot\vec{n}}, \frac{d}{\hat{j}\cdot\vec{n}}, \frac{d}{\hat{k}\cdot\vec{n}}$

25. The general solution of the equation $\sin^{100} x - \cos^{100} x = 1$ is

$\sin^{100} x - \cos^{100} x = 1$ সমীকরণের সাধারণ সমাধান হয়

(A) $\left\{2n\pi + \frac{\pi}{3} : n \in I\right\}$

(B) $\left\{n\pi + \frac{\pi}{4} : n \in I\right\}$

(C) $\left\{n\pi \pm \frac{\pi}{2} : n \in I\right\}$

(D) $\left\{2n\pi - \frac{\pi}{3} : n \in I\right\}$

26. If $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{c}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$, then the value of $\begin{vmatrix} \vec{a}.\vec{a} & \vec{a}.\vec{b} & \vec{a}.\vec{c} \\ \vec{b}.\vec{a} & \vec{b}.\vec{b} & \vec{b}.\vec{c} \\ \vec{c}.\vec{a} & \vec{c}.\vec{b} & \vec{c}.\vec{c} \end{vmatrix}$ is equal to

যদি $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=\hat{i}-\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{c}=\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ হয়, তবে $\begin{vmatrix} \vec{a}.\vec{a} & \vec{a}.\vec{b} & \vec{a}.\vec{c} \\ \vec{b}.\vec{a} & \vec{b}.\vec{b} & \vec{b}.\vec{c} \\ \vec{c}.\vec{a} & \vec{c}.\vec{b} & \vec{c}.\vec{c} \end{vmatrix}$ -এর মান হয়

(A) 64

(B) 0

(C) 14

(D) 16

27. Number of elements in the range set of $f(x)=\left[\frac{x}{15}\right]\left[-\frac{15}{x}\right]$, for all $x \in (0, 90)$; (where [·] denotes the greatest integer function) is

$f(x)=\left[\frac{x}{15}\right]\left[-\frac{15}{x}\right]$, সকল $x \in (0, 90)$-এর জন্য, (যেখানে [·] বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যা অপেক্ষক নির্দেশ করে) অপেক্ষকের প্রসার সেটের উপাদান সংখ্যা হল

(A) 8

(B) 7

(C) 6

(D) 5

M-2026 (11)

28. Let 10 Bags $B_1, B_2, ..., B_{10}$ which contains 21, 22, ..., 30 different articles respectively. Then the total number of ways to bring out 10 articles from a Bag is

মনে করো, $B_1, B_2, ..., B_{10}$—এই 10টি ব্যাগে যথাক্রমে 21, 22, ..., 30টি ভিন্ন ভিন্ন বস্তু রয়েছে। তবে কোনো একটি ব্যাগ থেকে 10টি বস্তু তুলে নেওয়ার মোট উপায়সংখ্যা হল

(A) ${}^{31}C_{20} + {}^{21}C_{10}$

(B) ${}^{31}C_{20} - {}^{21}C_{10}$

(C) ${}^{30}C_{20} - {}^{20}C_{10}$

(D) ${}^{30}C_{20} + {}^{20}C_{10}$

29. Let domain and range of $f(x)$ and $g(x)$ is $[0, \infty)$. If $f(x)$ is an increasing function, $g(x)$ is a decreasing function, $h(x) = f\{g(x)\}$, $h(0) = 0$ and $p(x) = h(x^3 - 2x^2 + 2x) - h(4)$, then for all $x \in (0, 2)$

মনে করো, $f(x)$ এবং $g(x)$-এর সংজ্ঞার অঞ্চল এবং প্রসার $[0, \infty)$। যদি $f(x)$ একটি আরোহী অপেক্ষক, $g(x)$ একটি অবরোহী অপেক্ষক, $h(x) = f\{g(x)\}$, $h(0) = 0$ এবং $p(x) = h(x^3 - 2x^2 + 2x) - h(4)$ হয়, তাহলে $(0, 2)$ অন্তরালে সকল x-এর জন্য

(A) $p(x) = -3$

(B) $p(x) = 0$

(C) $0 < p(x) < -h(4)$

(D) $0 \le p(x) \le -h(4)$

30. Consider the following ellipse:

$\frac{x^2}{f(K^2+2K+5)} + \frac{y^2}{f(K+11)} = 1$, where $f(x)$ is a positive decreasing function. Then the value (values) of K for which the major axis coincides with x-axis is

নিম্নলিখিত উপবৃত্তটি বিবেচনা করো ঃ

$\frac{x^2}{f(K^2+2K+5)} + \frac{y^2}{f(K+11)} = 1$, যেখানে $f(x)$ একটি ধনাত্মক অবরোহী অপেক্ষক। তাহলে K-এর যে মানের (মানসমূহের) জন্য পরাক্ষ, x-অক্ষের সাথে সমাপতিত হয়, তা হল

(A) $K = -5$

(B) $K \in (-3, 2)$

(C) $K \in (-7, -5)$

(D) $K = 2$

M-2026 (12)

31. The solution of the differential equation $2x^2y\frac{dy}{dx}=\tan\left(x^2y^2\right)-2xy^2$, given $y(1)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ is

$2x^2y\frac{dy}{dx}=\tan\left(x^2y^2\right)-2xy^2$, প্রদত্ত $y(1)=\sqrt{\frac{\pi}{2}}$ অবকল সমীকরণের সমাধান হয়

(A) $\sin\left(x^2y^2\right)=e^{x-1}$

(B) $\sin\left(x^2y^2\right)=e^{2(x-1)}$

(C) $\cos\left(\frac{\pi}{2}+x^2y^2\right)+x=0$

(D) $\sin\left(x^2y^2\right)=1$

32. $\int\frac{\left(\sqrt[3]{x+\sqrt{2-x^2}}\right)\left(\sqrt[6]{1-x\sqrt{2-x^2}}\right)}{\sqrt[3]{1-x^2}}dx;\left(x\in(0,1)\right)=$

(A) $2^{\frac{1}{12}}x+c$

(B) $2^{\frac{3}{4}}x+c$

(C) $2^{\frac{1}{3}}x+c$

(D) $2^{\frac{1}{6}}x+c$

33. Consider the function $y=f(x)$ defined implicitly by the equation $y^3-3y+x=0$ on the interval $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$. The area of the region bounded by the curve $y=f(x)$, the x-axis and the lines $x=a$, $x=b$, where $-\infty<a<b<-2$ is

মনে করো, $y=f(x)$ অপেক্ষকটি $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$ অন্তরালে $y^3-3y+x=0$ সমীকরণ দ্বারা অপ্রত্যক্ষভাবে সংজ্ঞায়িত। $y=f(x)$ বক্র, x অক্ষ এবং $x=a, x=b$, যেখানে $-\infty<a<b<-2$ রেখা দ্বারা সীমাবদ্ধ অঞ্চলের ক্ষেত্রফল হয়

(A) $\int_a^b\frac{x\,dx}{3\left((f(x))^2-1\right)}-bf(b)+af(a)$

(B) $\int_a^b\frac{x\,dx}{3\left((f(x))^2-1\right)}+bf(b)-af(a)$

(C) $-\int_a^b\frac{x\,dx}{3\left((f(x))^2-1\right)}-bf(b)+af(a)$

(D) $-\int_a^b\frac{x\,dx}{3\left((f(x))^2-1\right)}+bf(b)-af(a)$

34. The total number of polynomials of the form x^3+ax^2+bx+c which is divisible by x^2+1, where $a, b, c\in\{1, 2, 3, ..., 10\}$ is

x^3+ax^2+bx+c আকারের বহুপদী সংখ্যামালাগুলির মোট সংখ্যা, যা x^2+1 দ্বারা বিভাজ্য, যেখানে $a, b, c\in\{1, 2, 3, ..., 10\}$ হয়

(A) 120

(B) 45

(C) 10

(D) 15

M-2026 (13)

35. The term independent of x in the expansion of $\left(\frac{x+1}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{x-1}{x-x^{\frac{1}{2}}}\right)^{15}$ is equal to

$\left(\frac{x+1}{x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}+1}-\frac{x-1}{x-x^{\frac{1}{2}}}\right)^{15}$ -এর বিস্তৃতিতে x নিরপেক্ষ পদটি হয়

(A) 5105
(B) 5005
(C) 1365
(D) 105

36. For a real number y, consider $[y]$ denotes the greatest integer less than or equal to y. If $f(x)=\frac{\tan(\pi[x-\pi])}{1+[x]^2}$, then

(A) $f'(x)$ exists for all x
(B) $f'(x)$ does not exist
(C) $f'(1)=\frac{\pi}{4}$
(D) $f'(1)=-\frac{\pi}{4}$

একটি বাস্তব সংখ্যা y-এর জন্য, ধরা যাক $[y]$, বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যা $\le y$ নির্দেশ করে। যদি $f(x)=\frac{\tan(\pi[x-\pi])}{1+[x]^2}$ হয়, তবে

(A) x-এর সকল মানের জন্য $f'(x)$ -এর অস্তিত্ব আছে
(B) $f'(x)$-এর অস্তিত্ব নেই
(C) $f'(1)=\frac{\pi}{4}$
(D) $f'(1)=-\frac{\pi}{4}$

37. If $\int_0^1\left(\sum_{r=1}^{2013}\frac{x}{x^2+r^2}\right)\left(\prod_{r=1}^{2013}\left(x^2+r^2\right)\right)dx=\frac{1}{2}\left[\left(\prod_{r=1}^{2013}(1+r^2)\right)-K^2\right]$, then K is

যদি $\int_0^1\left(\sum_{r=1}^{2013}\frac{x}{x^2+r^2}\right)\left(\prod_{r=1}^{2013}\left(x^2+r^2\right)\right)dx=\frac{1}{2}\left[\left(\prod_{r=1}^{2013}(1+r^2)\right)-K^2\right]$ হয়, তবে K হয়

(A) $\frac{2013(2014)(4027)}{6}$
(B) $(2013)^{2013}$
(C) $(2013)!$
(D) $((2013)!)^2$

38. The least positive value of 'a' for which the equation $\int_0^x\left(t^2-8t+13\right)dt=x\sin\frac{a}{x}$ has a solution is

'a'-এর ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক মান, যার জন্য $\int_0^x\left(t^2-8t+13\right)dt=x\sin\frac{a}{x}$ সমীকরণের একটি সমাধান থাকে, তা হল

(A) 3π
(B) 4π
(C) π
(D) 2π

PATHFINDER
Where Aspiration Meets Success

39. Let all the points on the curve $x^2 + y^2 - 10x = 0$ are reflected about the line $y = x + 3$. If the locus of the reflected points is in the form $x^2 + y^2 + gx + fy + c = 0$, then the value of $(g + f + c)$ is

মনে করো, $x^2 + y^2 - 10x = 0$ বক্ররেখার উপরিস্থিত সকল বিন্দু $y = x + 3$ রেখা সাপেক্ষে প্রতিফলিত হয়। যদি প্রতিফলিত বিন্দুসমূহের সঞ্চারপথের আকার $x^2 + y^2 + gx + fy + c = 0$ হয়, তাহলে $(g + f + c)$-এর মান হয়

(A) 38
(B) -28
(C) 28
(D) -38

40. The equation $|x+1|^{\log_{x+1}(3+2x-x^2)} = (x-3)|x|$ has

(A) no solution
(B) two solutions
(C) unique solution
(D) infinite no. of solutions

$|x+1|^{\log_{x+1}(3+2x-x^2)} = (x-3)|x|$ সমীকরণটির

(A) কোনো সমাধান নেই
(B) দুটি সমাধান আছে
(C) অনন্য সমাধান আছে
(D) অসীম সংখ্যক সমাধান আছে

41. If the domain of $f(x)$ is (0, 1), then the domain of $y = f(e^x) + f(\ln |x|)$ is

যদি $f(x)$-এর সংজ্ঞার অঞ্চল (0, 1) হয়, তবে $y = f(e^x) + f(\ln |x|)$-এর সংজ্ঞার অঞ্চল হয়

(A) $\left(-1, -\frac{1}{e}\right)$
(B) $\left(\frac{1}{e}, 1\right)$
(C) $(-e, -1)$
(D) $(-e, -1) \cup (1, e)$

42. The number of 3-digit numbers are of the form xyz with $x < y$, $z < y$ and $x \neq 0$ is

xyz আকারের তিনঅঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যার সংখ্যা, যেখানে $x < y$, $z < y$ এবং $x \neq 0$ হয়

(A) 284
(B) 240
(C) 44
(D) 270

M-2026 (15)

43. Suppose A is denoted the set of all numbers between 1 and 700 which are divisible by 3 and let B is denoted the set of all numbers between 1 and 300 which are divisible by 7. If $C=\{(a,b) \mid a\in A, b\in B,\ a\neq b \text{ and } a+b=\text{even number}\}$, then order of C is

ধরা যাক, A দ্বারা 1 থেকে 700-এর মধ্যবর্তী সেই সমস্ত সংখ্যার সেট নির্দেশ করা হয়, যা 3 দ্বারা বিভাজ্য এবং B দ্বারা 1 থেকে 300-এর মধ্যবর্তী সেই সমস্ত সংখ্যার সেট নির্দেশ করা হয়, যা 7 দ্বারা বিভাজ্য। যদি $C=\{(a,b) \mid a\in A, b\in B,\ a\neq b$ এবং $a+b=$ যুগ্ম সংখ্যা$\}$ হয়, তবে C-এর উপাদান সংখ্যা হয়

(A) 4879
(B) 4789
(C) 6789
(D) 9876

44. Let us define the power of a matrix A as the maximum $m \in Z^+$ such that $A^m = I$. For two matrices A and B if $A^5 = I$ and $ABA^{-1} = B^2$, then the power of the matrix B is between

(A) 20 and 24
(B) 28 and 32
(C) 36 and 40
(D) 4 and 8

ধরা যাক, কোনো ম্যাট্রিক্স A-এর ঘাত হিসেবে আমরা সেই বৃহত্তম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা m-কে সংজ্ঞায়িত করি, যার জন্য $A^m = I$ হয়। দুটি ম্যাট্রিক্স A ও B-এর ক্ষেত্রে, যদি $A^5 = I$ এবং $ABA^{-1} = B^2$ হয়, তবে ম্যাট্রিক্স B-এর ঘাত হয়

(A) 20 এবং 24-এর মধ্যবর্তী
(B) 28 এবং 32-এর মধ্যবর্তী
(C) 36 এবং 40-এর মধ্যবর্তী
(D) 4 এবং 8-এর মধ্যবর্তী

45. If for two real numbers a, b with $|a|\le 1$ and $|b|\le 1$,

$$\frac{1}{3}+\frac{\sin^{-1}a+\sin^{-1}b}{4}+\frac{(\sin^{-1}a+\sin^{-1}b)^2}{16}+\frac{(\sin^{-1}a+\sin^{-1}b)^3}{64}+\ldots=\frac{2(8-3\pi)}{3(16+3\pi)},$$ then the value of $\sin^{-1}\left(a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2}\right)$ is

যদি দুটি বাস্তব সংখ্যা a, b যেখানে $|a|\le 1$ এবং $|b|\le 1$-এর জন্য

$$\frac{1}{3}+\frac{\sin^{-1}a+\sin^{-1}b}{4}+\frac{(\sin^{-1}a+\sin^{-1}b)^2}{16}+\frac{(\sin^{-1}a+\sin^{-1}b)^3}{64}+\ldots=\frac{2(8-3\pi)}{3(16+3\pi)}$$ হয়, তাহলে $\sin^{-1}\left(a\sqrt{1-b^2}+b\sqrt{1-a^2}\right)$-এর মান হয়

(A) $\frac{2(32+15\pi)}{3\pi-8}$
(B) $\frac{-\pi}{4}$
(C) $-\frac{3\pi}{4}$
(D) $\frac{1}{3}+\frac{\pi}{4}$

46. Let $\det A = \begin{vmatrix} l & m & n \\ p & q & r \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

If $(l-m)^2+(p-q)^2=9$, $(m-n)^2+(q-r)^2=16$, $(n-l)^2+(r-p)^2=25$, then the value of $(\det A)^2$ is

মনে করো, $\det A = \begin{vmatrix} l & m & n \\ p & q & r \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$।

যদি $(l-m)^2+(p-q)^2=9$, $(m-n)^2+(q-r)^2=16$, $(n-l)^2+(r-p)^2=25$ হয়, তবে $(\det A)^2$-এর মান হয়

(A) 169
(B) 144
(C) 121
(D) 100

47. Let $f:(0,1)\to(0,1)$ be a differentiable function such that $f'(x)\neq 0\ \forall x\in(0,1)$ and $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$. Suppose for all x, $\lim\limits_{t\to x}\dfrac{\int_0^t\sqrt{1-(f(s))^2}\,ds-\int_0^x\sqrt{1-(f(s))^2}\,ds}{f(t)-f(x)}=f(x)$. Then the value of $f\left(\frac{1}{4}\right)$ belongs to

মনেকরো, $f:(0,1)\to(0,1)$ একটি অবকলনযোগ্য অপেক্ষক এরূপ যে $f'(x)\neq 0\ \forall x\in(0,1)$ এবং $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}$। ধরা যাক, সকল x-এর জন্য $\lim\limits_{t\to x}\dfrac{\int_0^t\sqrt{1-(f(s))^2}\,ds-\int_0^x\sqrt{1-(f(s))^2}\,ds}{f(t)-f(x)}=f(x)$। তবে $f\left(\frac{1}{4}\right)$-এর মান যার অন্তর্গত, তা হল

(A) $\left\{\sqrt{7},\sqrt{6}\right\}$
(B) $\left\{\frac{\sqrt{7}}{2},\frac{\sqrt{15}}{2}\right\}$
(C) $\left\{\frac{\sqrt{7}}{4},\frac{\sqrt{15}}{4}\right\}$
(D) $\left\{\frac{\sqrt{7}}{3},\frac{\sqrt{15}}{3}\right\}$

M-2026 (17)

48. If 'a' is an integer lying in $[-5, 30]$, then the probability that the graph of $y = x^2 + 2(a+4)x - 5a + 64$ lies above the x-axis is

যদি $[-5, 30]$ অন্তরালে 'a' একটি পূর্ণসংখ্যা হয়, তবে $y = x^2 + 2(a+4)x - 5a + 64$-এর লেখচিত্রটি x-অক্ষের উপরে অবস্থিত হওয়ার সম্ভাবনা হয়

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{7}{36}$

(C) $\frac{2}{9}$

(D) $\frac{3}{5}$

49. Consider a square ABCD of diagonal length $2a$. The square is folded along the diagonal AC so that the plane of ΔABC is perpendicular to the plane of Δ ADC. In this case the shortest distance between AB and CD is

মনে করো একটি বর্গক্ষেত্র ABCD-এর কর্ণের দৈর্ঘ্য $2a$। বর্গক্ষেত্রটির কর্ণ AC বরাবর এমনভাবে ভাঁজ করা হল যাতে ΔABC-এর তলটি ΔADC-এর তলের ওপর লম্ব হয়। এক্ষেত্রে AB ও CD-এর মধ্যবর্তী ন্যূনতম দূরত্বটি হল

(A) $\frac{2a}{\sqrt{3}}$

(B) $\frac{a}{2\sqrt{3}}$

(C) $\frac{a}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{\sqrt{3}\,a}{2}$

50. If $\int \frac{(1-x^2)dx}{\sqrt{x}\sqrt{(1+x^2)^3}} = \alpha \frac{x^\beta}{(1+x^2)^\gamma} + C$; $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ and C is constant of integration, then $\alpha : \beta : \gamma$ will be

যদি $\int \frac{(1-x^2)dx}{\sqrt{x}\sqrt{(1+x^2)^3}} = \alpha \frac{x^\beta}{(1+x^2)^\gamma} + C$; $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ এবং C সমাকলন ধ্রুবক হয়, তবে $\alpha : \beta : \gamma$ হবে

(A) $4:1:1$

(B) $2:2:\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{6}:2:\frac{1}{2}$

(D) $1:2:\frac{1}{2}$

PATHFINDER
Where Aspiration Meets Success

M-2026 (18)

Category-2 (Q. 51 to 65)

(Carry 2 marks each. Only one option is correct. Negative mark: –½)

51. Let $\vec{a}=(x,y,z)$ be the vector with $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, which makes equal angles with the vector $\vec{b}=(y,-2z,3x)$ and $\vec{c}=(2z,3x,-y)$ and is perpendicular to the vector $\vec{d}=(1,-1,2)$. If the angle between $\vec{a}$ and the unit vector $\hat{j}$ is obtuse, then $\vec{a}$ is

মনে করো, $\vec{a}=(x,y,z)$ যেখানে $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$ হল এমন একটি ভেক্টর যা ভেক্টর $\vec{b}=(y,-2z,3x)$ এবং $\vec{c}=(2z,3x,-y)$ -এর সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে এবং ভেক্টর $\vec{d}=(1,-1,2)$ -এর ওপর লম্ব হয়। যদি $\vec{a}$ এবং একক ভেক্টর $\hat{j}$ -এর মধ্যবর্তী কোণটি স্থূলকোণ হয়, তাহলে $\vec{a}$ হয়

(A) $(2,-2,-2)$
(B) $(-2,-2,2)$
(C) $(-2,2,-2)$
(D) $(2,-2,2)$

52. Let $A_1, A_2, ..., A_6$ are six sets, each with four elements and $B_1, B_2, ..., B_n$ are n sets, each with two elements. Let $S = A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_6 = B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_n$.
Given that each element of S belongs to exactly four of the A's and to exactly three of the B's. Then n is

মনে করো, $A_1, A_2, ..., A_6$ হল 6টি সেট, যার প্রতিটিতে 4টি করে উপাদান আছে এবং $B_1, B_2, ..., B_n$ হল n সংখ্যক সেট, যার প্রতিটিতে 2টি করে উপাদান আছে।

ধরা যাক, $S = A_1 \cup A_2 \cup ... \cup A_6 = B_1 \cup B_2 \cup ... \cup B_n$। প্রদত্ত যে, S-এর প্রতিটি উপাদান ঠিক 4টি A সেটের অন্তর্গত এবং ঠিক 3টি B সেটের অন্তর্গত। তাহলে n হল

(A) 12
(B) 24
(C) 6
(D) 9

53. A figure is bounded by the curves $y=x^2+1$, $y=0$, $x=0$ and $x=1$. The point at which a tangent should be drawn to the curve $y=x^2+1$ for it to cut off trapezium of the greatest area from the figure is

একটি ক্ষেত্র $y=x^2+1$ বক্ররেখা, $y=0$, $x=0$ এবং $x=1$ দ্বারা সীমাবদ্ধ। $y=x^2+1$ বক্ররেখার ওপর যে বিন্দুতে স্পর্শক অঙ্কন করলে তা উক্ত ক্ষেত্রটি থেকে বৃহত্তম ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট একটি ট্রাপিজিয়াম পৃথক করবে, তা হল

(A) (1, 2)
(B) (–1, 2)
(C) $\left(\frac{1}{2}, \frac{5}{4}\right)$
(D) (0, 1)

M-2026 (19)

54. The ends A, B of a straight line segment of constant length c slide upon the fixed rectangular axes OX, OY respectively. If the rectangle $OAPB$ completed, then the locus of the foot of perpendicular drawn from P to AB is

c নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট একটি সরলরেখাংশের প্রান্তবিন্দু A, B যথাক্রমে স্থির আয়তাকার অক্ষ OX, OY-এর ওপর বিচরণ করে। যদি $OAPB$ আয়তাকার চিত্রটি তৈরি করা হয়, তাহলে P হতে AB-এর ওপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর সঞ্চারপথ হয়

(A) $x^2+y^2=c^2$
(B) $x^{2/3}+y^{2/3}=c^{2/3}$
(C) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{c}$
(D) $xy=c^2$

55. Let 1 lies between the roots of the equation $y^2-my+1=0$ and $[x]$ denotes the greatest integer function. Then the value of $\left[\left(\frac{4|x|}{x^2+16}\right)^m\right]$ is

মনে করো, $y^2-my+1=0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের মধ্যে 1 অবস্থিত এবং $[x]$ বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যা অপেক্ষক নির্দেশ করে। তবে $\left[\left(\frac{4|x|}{x^2+16}\right)^m\right]$-এর মান হয়

(A) 5
(B) 4
(C) 0
(D) 1

56. Let $f(x)$ be a twice differentiable function in [1,3] and $f(1)=f(3)$. Further if $|f''(x)|\le 2$, then for all x in [1, 3]

মনে করো, [1, 3] অন্তরালে $f(x)$ একটি দ্বিতীয়ক্রমের অবকলনযোগ্য অপেক্ষক এবং $f(1)=f(3)$। এছাড়াও যদি $|f''(x)|\le 2$ হয়, তবে [1, 3] অন্তরালে সকল x-এর জন্য

(A) $|f'(x)|\ge 4$
(B) $|f'(x)|\le -1$
(C) $|f'(x)|>2$
(D) $|f'(x)|<4$

M-2026 (20)

57. The quantities $a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$ form an infinite decreasing G.P. If $a_1 = 1$, then the common ratio of the progression for which the expression $6a_5 - 16a_4 - 3a_3 + 12a_2$ is at a maximum is

$a_1, a_2, a_3, \ldots\ldots$ রাশিগুলি একটি অসীম ক্রমহ্রাসমান গুণোত্তর প্রগতি গঠন করে। যদি $a_1 = 1$ হয়, তবে প্রগতিটির যে সাধারণ অনুপাতের জন্য $6a_5 - 16a_4 - 3a_3 + 12a_2$ রাশিমালাটির মান সর্বোচ্চ হয়, তা হল

(A) $\frac{1}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $-\frac{1}{4}$

58. If f be a real valued function defined for all real numbers x such that for some fixed $a > 0$, it satisfies $f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - (f(x))^2}\ \forall x$, then $f(x)$ is periodic with period

যদি সকল বাস্তব সংখ্যা x-এর জন্য সংজ্ঞায়িত একটি বাস্তব মানবিশিষ্ট অপেক্ষক f এরূপ হয় যে, কোনো নির্দিষ্ট $a > 0$-এর জন্য অপেক্ষকটি $f(x+a) = \frac{1}{2} + \sqrt{f(x) - (f(x))^2}\ \forall x$ সিদ্ধ করে, তবে $f(x)$ হল একটি পর্যাবৃত্ত অপেক্ষক যার পর্যায়কাল

(A) a

(B) $4a$

(C) $\frac{a}{2}$

(D) $2a$

59. Four natural numbers selected at random are multiplied together, then the probability that the digit in the unit's place in the product be 1, 3, 7 or 9 is

যদৃচ্ছভাবে নির্বাচিত চারটি স্বাভাবিক সংখ্যাকে একত্রে গুণ করা হল, তাহলে গুণফলটির একক স্থানীয় অঙ্কটি 1, 3, 7 অথবা 9 হওয়ার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{16}{625}$

(B) $\frac{18}{625}$

(C) $\frac{4}{625}$

(D) $\frac{5}{625}$

M-2026 (21)

60. Let $f(x)$ be a real valued function which is monotonic and differentiable. Then for any reals a and b, $\int_{f(a)}^{f(b)} 2x\{b - f^{-1}(x)\}dx =$

মনে করো, $f(x)$ একটি বাস্তব মানবিশিষ্ট অপেক্ষক যা সমক্রমী এবং অবকলনযোগ্য। তাহলে যেকোনো বাস্তব সংখ্যা a এবং b-এর জন্য $\int_{f(a)}^{f(b)} 2x\{b - f^{-1}(x)\}dx =$

(A) $\int_a^b (f^2(x) - f^2(a))dx$
(B) $\int_a^b (f(x) - f(a))^2 dx$
(C) $\int_a^b (bf^2(x) - af^2(a))dx$
(D) $bf^2(b) + f^{-1}(a)$

61. Tangent at a point P_1 (other than (0, 0)) on the curve $y = x^3$ meets the curve again at P_2. The tangent at P_2 meets the curve at P_3 and so on. Then the abscissae of $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ form

(A) an A.P. with common difference 1
(B) an H.P. with common difference $\frac{1}{2}$
(C) a G.P. with common ratio 2
(D) a G.P. with common ratio (–2)

$y = x^3$ বক্রের ওপর অবস্থিত P_1 বিন্দুতে ((0, 0) ব্যতীত) অঙ্কিত স্পর্শকটি বক্রটিকে পুনরায় P_2 বিন্দুতে ছেদ করে। P_2 বিন্দুতে অঙ্কিত স্পর্শকটি বক্রটিকে P_3 বিন্দুতে ছেদ করে এবং এভাবেই প্রক্রিয়াটি চলতে থাকে। তাহলে $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ বিন্দুগুলির ভুজ গঠন করে

(A) একটি সমান্তর প্রগতি যার সাধারণ অন্তর 1।
(B) একটি বিপরীত প্রগতি যার সাধারণ অন্তর $\frac{1}{2}$।
(C) একটি গুণোত্তর প্রগতি যার সাধারণ অনুপাত (2)।
(D) একটি গুণোত্তর প্রগতি যার সাধারণ অনুপাত (–2)।

62. The equation $x^3 + 5x^2 + px + q = 0$ and $x^3 + 7x^2 + px + r = 0$ have two roots in common. If the third root of each equation is represented by x_1 and x_2 respectively, then GCD of x_1, x_2 will be

$x^3 + 5x^2 + px + q = 0$ এবং $x^3 + 7x^2 + px + r = 0$ সমীকরণদ্বয়ের দুটি সাধারণ বীজ আছে। যদি প্রতিটি সমীকরণের তৃতীয় বীজটি যথাক্রমে x_1 এবং x_2 দ্বারা সূচিত হয়, তবে x_1, x_2-এর গ.সা.গু. হবে

(A) 3
(B) 1
(C) p
(D) 2

M-2026 (22)

63. Let a, b, c be non-zero real numbers, such that

$$\int_0^{1}\left(1+\cos^8 x\right)\left(ax^2+bx+c\right)dx=\int_0^{2}\left(1+\cos^8 x\right)\left(ax^2+bx+c\right)dx,$$ then $ax^2+bx+c=0$ has

(A) no solution in (0, 2)
(B) at least one root in (1, 2)
(C) two imaginary roots
(D) two roots in (0, 2)

মনে করো, a, b, c অশূন্য বাস্তব সংখ্যাগুলি এরূপ যে,

$$\int_0^{1}\left(1+\cos^8 x\right)\left(ax^2+bx+c\right)dx=\int_0^{2}\left(1+\cos^8 x\right)\left(ax^2+bx+c\right)dx,$$ তাহলে $ax^2+bx+c=0$-এর

(A) (0, 2) অন্তরালে কোনো সমাধান নেই
(B) (1, 2) অন্তরালে কমপক্ষে একটি বীজ আছে
(C) দুটি কাল্পনিক বীজ আছে
(D) (0, 2) অন্তরালে দুটি বীজ আছে

64. Let Z_1, Z_2 be the roots of the equation $Z^2+pZ+q=0$, where the coefficients p and q may be complex numbers and also let A, B represent Z_1, Z_2 respectively in the complex plane. If $\angle AOB=\alpha\neq 0$ and $OA = OB$, where O is the origin, then the value of $\frac{p^2}{q}\sec^2\frac{\alpha}{2}$ will be

মনে করো, Z_1, Z_2 হল $Z^2+pZ+q=0$ সমীকরণের বীজ, যেখানে সহগ p এবং q জটিল সংখ্যা হতে পারে এবং আরও ধরা যাক, জটিল তলে A, B যথাক্রমে Z_1, Z_2 সূচিত করে। যদি $\angle AOB=\alpha\neq 0$ এবং $OA = OB$ হয়, যেখানে O হল মূলবিন্দু, তবে $\frac{p^2}{q}\sec^2\frac{\alpha}{2}$ -এর মান হবে

(A) $\frac{1}{4}$
(B) $\frac{3}{4}$
(C) 4
(D) 1

65. Let $g(x) = ax + b$, where $a < 0$ and g is defined from [1, 3] onto [0, 2]. Then the value of $\cot\left(\cos^{-1}(|\sin x|+|\cos x|)+\sin^{-1}(-|\cos x|-|\sin x|)\right)$ is equal to

মনে করো, $g(x) = ax + b$, যেখানে $a < 0$ এবং g, [1, 3] থেকে [0, 2]-তে পরিব্যাপ্ত। তাহলে $\cot\left(\cos^{-1}(|\sin x|+|\cos x|)+\sin^{-1}(-|\cos x|-|\sin x|)\right)$ -এর মান হয়

(A) $g(2)+g(3)$
(B) $g(2)$
(C) $g(3)$
(D) $g(1)+g(2)$

M-2026 (23)

Category-3 (Q. 66 to 75)

(Carry 2 marks each. One or more options are correct. No negative mark.)

66. If $\sum_{r=0}^{2n} a_r(x-2)^r = \sum_{r=0}^{2n} b_r(x-3)^r$ and $a_k = 1\ \forall k \ge 1$, then the value of $\frac{b_n}{{}^{2n+1}C_{n+1}}$ is

যদি $\sum_{r=0}^{2n} a_r(x-2)^r = \sum_{r=0}^{2n} b_r(x-3)^r$ এবং $a_k = 1\ \forall k \ge 1$ হয়, তবে $\frac{b_n}{{}^{2n+1}C_{n+1}}$ -এর মান হয়

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 2

(C) $\frac{1}{4}$

(D) 1

67. If $f(x)$ is differentiable for all $x \in \mathbb{R}$ and satisfies the relation

$$x = \lim_{n\to\infty} \frac{\left[1^2(f(x))^x\right] + \left[2^2(f(x))^x\right] + \ldots + \left[n^2(f(x))^x\right]}{n^3},$$

where $[\cdot]$ denotes the greatest integer function, then $f'(x) =$

যদি x-এর সকল বাস্তব মানের জন্যে $f(x)$ অবকলনযোগ্য হয় এবং

$$x = \lim_{n\to\infty} \frac{\left[1^2(f(x))^x\right] + \left[2^2(f(x))^x\right] + \ldots + \left[n^2(f(x))^x\right]}{n^3}$$ সম্পর্ক সিদ্ধ করে, যেখানে $[\cdot]$ বৃহত্তম পূর্ণসংখ্যা অপেক্ষক নির্দেশ করে, তাহলে $f'(x) =$

(A) $\frac{1}{3x^2}\log x$

(B) $3x^{1/x}(1-\log 3x)$

(C) $(3x)^{1/x}\left[\frac{1-\log 3x}{x^2}\right]$

(D) $(3x)^{1/x}\frac{(\log 3x+1)}{x^2}$

68. If a differentiable function satisfies

$(x-y)f(x+y)-(x+y)f(x-y)=2(x^2y-y^3)\ \forall x, y\in\mathbb{R}$ and $f(1)=2$, then

(A) $f(x)$ must be a polynomial function
(B) $f(3)=13$
(C) $f(3)=12$
(D) $f(0)=0$

যদি একটি অবকলনযোগ্য অপেক্ষক

$(x-y)f(x+y)-(x+y)f(x-y)=2(x^2y-y^3)\ \forall x, y\in\mathbb{R}$ এবং $f(1)=2$

সিদ্ধ করে, তবে

(A) $f(x)$ অবশ্যই একটি বহুপদরাশি অপেক্ষক হবে
(B) $f(3)=13$
(C) $f(3)=12$
(D) $f(0)=0$

69. Let $f(x)>0$ for all $x\in\mathbb{R}$ and $f(x)$ is bounded. If $\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{r=1}^{n}a^{r-1}\int\limits_{(r-1)a}^{ra}\frac{f(x)dx}{f(x)+f(2ra-a-x)}=\frac{3}{5}$, where $0<a<1$, then the value(s) of a is/are

মনে করো, সকল $x\in\mathbb{R}$-এর জন্য $f(x)>0$ এবং $f(x)$ সীমাবদ্ধ। যদি

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{r=1}^{n}a^{r-1}\int\limits_{(r-1)a}^{ra}\frac{f(x)dx}{f(x)+f(2ra-a-x)}=\frac{3}{5}$ হয়, যেখানে $0<a<1$, তাহলে a-এর মান/মানগুলি হয়

(A) $\frac{5}{11}$
(B) $\frac{7}{11}$
(C) $\frac{1}{11}$
(D) $\frac{6}{11}$

70. Consider the curve $x=1-3t^2, y=t-3t^3$. The tangent to the curve at the point t is inclined at an angle ϕ to OX and the tangent at P $(-2, 2)$ meets the curve again at Q. Then

(A) the curve is symmetrical about x-axis
(B) the curve is symmetrical about y-axis
(C) $3t=\tan\phi+\sec\phi$
(D) tangents at P and Q are at right angle

মনে করো, বক্রটি $x=1-3t^2, y=t-3t^3$। বক্রটির t বিন্দুতে স্পর্শক OX-এর সঙ্গে ϕ কোণে নত এবং P $(-2, 2)$ বিন্দুতে স্পর্শকটি বক্রটিকে পুনরায় Q বিন্দুতে ছেদ করে। তাহলে

(A) বক্রটি x-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম
(B) বক্রটি y-অক্ষের সাপেক্ষে প্রতিসম
(C) $3t=\tan\phi+\sec\phi$
(D) P এবং Q বিন্দুতে স্পর্শক দুটি লম্বভাবে অবস্থিত

M-2026 (25)

71. If $f(x)=x\left(1331x^2-3630x+3300\right)$, then for $a=\cos^2\left(\tan^{-1}\left(\sin\left(\cot^{-1}3\right)\right)\right)$

যদি $f(x)=x\left(1331x^2-3630x+3300\right)$ হয়, তবে $a=\cos^2\left(\tan^{-1}\left(\sin\left(\cot^{-1}3\right)\right)\right)$-এর জন্য

(A) $f(a+1)=2331$

(B) $f'(a)=11$

(C) $\lim\limits_{x\to a} f(x)=1000$

(D) $\int_0^a \left(f(x)-1000\right)dx=\dfrac{2500}{11}$

72. Let $\vec{r}=\sin x\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)+\cos y\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)+2\left(\vec{c}\times\vec{a}\right)$, where $\vec{a},\vec{b}$ and $\vec{c}$ are three non-coplanar vectors. It is given that $\vec{r}$ is perpendicular to $\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. Then the possible value(s) of $\left(x^2+y^2\right)$ is/are

মনে করো, $\vec{r}=\sin x\left(\vec{a}\times\vec{b}\right)+\cos y\left(\vec{b}\times\vec{c}\right)+2\left(\vec{c}\times\vec{a}\right)$, যেখানে $\vec{a},\vec{b}$ এবং $\vec{c}$ তিনটি অসামতলিক ভেক্টর। প্রদত্ত যে, $\vec{r}$, $\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$-এর সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত। তাহলে $\left(x^2+y^2\right)$-এর সম্ভাব্য মান/মানগুলি হল

(A) $\dfrac{5\pi^2}{4}$

(B) $\dfrac{35\pi^2}{4}$

(C) $\dfrac{37\pi^2}{4}$

(D) $\dfrac{\pi^2}{4}$

73. The parabola $y=4-x^2$ has vertex P. It intersects x-axis at A and B. If the parabola is translated from its initial position to a new position by moving its vertex along the line $y=x+4$, so that it intersects x-axis at B and C, then the abscissa of C will be

$y=4-x^2$ অধিবৃত্তের শীর্ষবিন্দু P। অধিবৃত্তটি x-অক্ষকে A এবং B বিন্দুতে ছেদ করে। যদি অধিবৃত্তটিকে তার প্রাথমিক অবস্থান হতে একটি নতুন অবস্থানে $y=x+4$ রেখা বরাবর শীর্ষবিন্দুটিকে সরিয়ে স্থানান্তরিত করা হয়, যাতে করে এটি x-অক্ষকে B ও C বিন্দুতে ছেদ করে, তাহলে C বিন্দুর ভুজ হবে

(A) 12

(B) 8

(C) 6

(D) $\dfrac{7}{3}$

M-2026 (26)

74. If $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{1006}$ be independent events such that $P(A_i) = \frac{1}{2i}, (i = 1, 2, \ldots, 1006)$ and the probability that none of the events occurs be $\frac{\alpha!}{2^{\alpha}(\beta!)^2}$, then

(A) β is of the form $4k+2, k \in I$

(B) $\alpha = 2\beta$

(C) β is of the form $4k+1, k \in I$

(D) β is a prime number

যদি $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{1006}$ স্বতন্ত্র ঘটনাগুলি এরূপ হয় যে, $P(A_i) = \frac{1}{2i}, (i = 1, 2, \ldots, 1006)$ এবং কোনো ঘটনাই না ঘটার সম্ভাবনা $\frac{\alpha!}{2^{\alpha}(\beta!)^2}$, তাহলে

(A) β-এর আকার হয় $4k+2, k \in I$

(B) $\alpha = 2\beta$

(C) β-এর আকার হয় $4k+1, k \in I$

(D) β হল একটি মৌলিক সংখ্যা

75. If $\left(4^{\sec^2\alpha}\right)x^2 + 2x + \left(\beta^2 - \beta + \frac{1}{2}\right) = 0$ has real roots, then the value/values of $\left(\cos\alpha + \cos^{-1}\beta\right)$ is/are

(A) $1 + \frac{\pi}{3}$, if n is even.

(B) $-1 - \frac{\pi}{3}$, if n is odd.

(C) $-1 + \frac{\pi}{3}$, if n is odd.

(D) $-1 + \frac{\pi}{3}$, if n is even.

যদি $\left(4^{\sec^2\alpha}\right)x^2 + 2x + \left(\beta^2 - \beta + \frac{1}{2}\right) = 0$-এর বাস্তব বীজ থাকে, তাহলে $\left(\cos\alpha + \cos^{-1}\beta\right)$-এর মান/মানগুলি হয়

(A) $1 + \frac{\pi}{3}$, যদি n যুগ্ম হয়।

(B) $-1 - \frac{\pi}{3}$, যদি n অযুগ্ম হয়।

(C) $-1 + \frac{\pi}{3}$, যদি n অযুগ্ম হয়।

(D) $-1 + \frac{\pi}{3}$, যদি n যুগ্ম হয়।